

**Investisseurs de long terme :
Quelle allocation d'actif ?**

Eric Jondeau et Michael Rockinger

**University of Lausanne,
Swiss Finance Institute**

**Paris
19 janvier 2010**

Investir dans une perspective de long terme

Motivation : Demande de couverture intertemporelle

- Allongement de l'espérance de vie.
- Nécessité de mettre en place des stratégies d'investissement à long terme pour les fonds de pension.
- Le long terme change-t-il quelque chose dans une stratégie d'investissement ?
 - **Samuelson (1969)** : Non si la distribution des rentabilités ne varie pas.
 - **Merton (1971)** : Oui, si la distribution varie dans le temps, car l'investisseur doit se couvrir contre les changements inattendus des paramètres du modèle.
 - **Campbell et Viceira (2002)** : Les demandes de couverture intertemporelle sont économiquement importantes (jusqu'à doubler le poids des actions).
 - Un actif assure une bonne couverture pour un ensemble d'opportunités d'investissement s'il tend à payer plus quand les prix des autres actifs chutent.

Investir dans une perspective de long terme

Motivation : Prévisibilité des rentabilités

- Que se passe-t-il si les caractéristiques des rentabilités sont (partiellement) prévisibles ?
 - Difficulté à tester la prévisibilité des rentabilités.
 - Faible prévisibilité statistique à court terme.
 - Mais ce qui compte, ce sont surtout les conséquences sur l'allocation.
 - Comment tenir compte de l'incertitude sur l'estimation des paramètres du modèle de prévision (risque d'estimation) ?
 - Le risque d'estimation peut-il atténuer l'effet de la prévisibilité ?

Positionnement du papier

Campbell et Viceira (2002) : Analyse pour les Etats-Unis.

- Implications de la prévisibilité des rentabilités pour l'allocation à long terme.
- La demande de couverture intertemporelle peut conduire à doubler la part des actions dans le portefeuille optimal.

Bec et Gollier (2009) : Analyse pour la France.

- Moins de prévisibilité des rentabilités pour la France.
- Pas d'étude de la composition optimale du portefeuille de long terme.

Cette étude : Extension aux grands pays européens.

- Implications de la prévisibilité des rentabilités pour le long terme.
- Comparaison des stratégies statiques et dynamiques.
- Etude de l'effet du risque d'estimation sur ces résultats.

Principaux résultats

- La prévisibilité des rentabilités est faible statistiquement à court terme, mais importante économiquement à long terme.
- Elle provient essentiellement d'un effet de retour à la moyenne, due à la corrélation négative entre la rentabilité et le ratio dividende/prix.
- Ces résultats ont des implications importantes pour l'allocation à long terme. La part optimale des actions dans le portefeuille de long terme devrait être beaucoup plus importante par rapport à une allocation statique :
 - Royaume-Uni : 60% au lieu de 40%
 - France : 70% au lieu de 50%
 - Allemagne : 70% au lieu de 40%
- Il existe une incertitude autour de l'estimation des paramètres du modèle (risque d'estimation), qui pourrait contrebalancer l'effet de la prévisibilité. Cet effet est néanmoins limité.

Prévisibilité des rentabilités boursières - Données

- Rentabilités boursières mensuelles pour les 10 principaux pays européens.
- Devise locale, fin de mois, entre 1975 et 2008.
- Variables explicatives potentielles :
 - Inflation annuelle
 - Taux à court terme
 - Taux à long terme
 - Ratio Dividende/Prix
- Deux périodes d'analyse :
 - Estimation : 1975-2004 (30 ans)
 - Hors échantillon : 2005-08 (3 ans)
- Plusieurs approches :
 - Univarié - sur une période
 - Multivarié - sur longue période (permet la prévision des variables explicatives)
 - Analyse de l'effet de l'incertitude

Modèle univarié – Le modèle

On s'intéresse au modèle suivant

$$r_t = a + B X_{t-1} + \varepsilon_t$$

où r_t est l'excès de rendement du marché actions par rapport au taux sans risque

et X_t est un ensemble de variables explicatives potentielles :

- Taux à court terme ($r_{f,t-1}$)
- Taux à long terme (obligations d'Etat) ($r_{b,t-1}$)
- Différentiel de taux long - taux court ($r_{b,t-1} - r_{f,t-1}$)
- Ratio dividende / prix des actions (dpr_{t-1})
- Inflation annuelle (π_{t-1})

Modèle univarié – Le modèle

Tableau 1 : Estimation des paramètres et mesures de performance.

| | France | Allemagne | Royaume -Uni | Italie | Espagne | Suisse | Pays- Bas | Norvège |
|-------------|-------------------|-------------------|--------------------------|-------------------|--------------------------|-------------------|-------------------------|--------------------------|
| dpr_{t-1} | 0.431 (0.279) | 0.279 (0.572) | 2.372 (0.000) | 0.078 (0.854) | 0.377 (0.006) | 0.732 (0.170) | 0.477 (0.025) | 0.904 (0.027) |
| π_{t-1} | -0.183 (0.349) | -0.069 (0.782) | -0.281 (0.001) | -0.011 (0.875) | -0.307 (0.000) | -0.225 (0.225) | -0.178 (0.225) | -0.333 (0.023) |
| $100R^2$ | 0.33 | 0.10 | 10.65 | 0.02 | 3.61 | 0.61 | 1.40 | 1.67 |
| $pval(F)$ | 0.55 | 0.84 | 0.00 | 0.97 | 0.00 | 0.36 | 0.08 | 0.05 |
| corr signe | 56.8 | 56.8 | 57.9 | 49.9 | 59.6 | 61.4 | 59.3 | 56.8 |

Commentaires

- De façon générale, concernant le pouvoir explicatif à court terme :
 - Certains paramètres sont significatifs pour 5 pays sur 10
 - Rôle important du ratio dividende/prix et de l'inflation
 - Les signes des paramètres sont en accord avec la théorie économique

 - Pouvoir explicatif (R^2) élevé au Royaume-Uni, en Espagne, aux Pays-Bas et en Norvège
 - Statistique corr signe > 50% dans la plupart des pays

 - Paramètres instables à travers les sous-périodes
 - Nécessité de prendre en compte l'incertitude des estimations

 - Même hors échantillon (2005-08), la prévisibilité est maintenue

Modèle multivarié – Le modèle

On s'intéresse maintenant au modèle suivant

$$\begin{pmatrix} r_t \\ x_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_r \\ a_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_r \\ B_x \end{pmatrix} x_{t-1} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{r,t} \\ \varepsilon_{x,t} \end{pmatrix}$$

où x_t contient le ratio dividende/prix et l'inflation.

Ce modèle peut être utilisé pour une allocation de long terme, car il fournit des prévisions des variables explicatives.

Commentaires

- En termes d'estimation des paramètres, les résultats sont similaires à ceux obtenus dans le cadre univarié.
- Le terme d'erreur sur la rentabilité est très négativement corrélé avec le terme d'erreur sur le ratio dividende/prix :

| | |
|---------------|-------|
| Royaume-Uni : | −0.90 |
| Allemagne : | −0.85 |
| France : | −0.80 |
| Italie : | −0.70 |

Retour à la moyenne

Même si la prévisibilité des rentabilités ne paraît pas clairement établie, il y a une forte prévisibilité de long terme. Elle provient d'un phénomène de retour des rentabilités vers leur moyenne de longue période.

On étudie considère le modèle simplifié suivant :

$$\begin{aligned}r_{t+1} &= x_{t+1} + \varepsilon_{t+1} & V(\varepsilon_{t+1}) &= \sigma_\varepsilon^2 \\x_{t+1} &= x_t + \eta_{t+1} & V(\eta_{t+1}) &= \sigma_\eta^2 & \text{Corr}(\varepsilon_{t+1}, \eta_{t+1}) &= \rho\end{aligned}$$

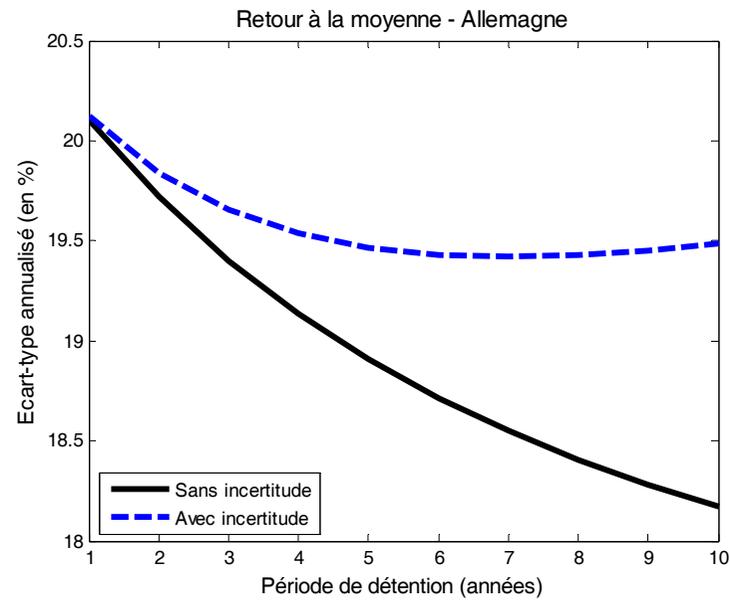
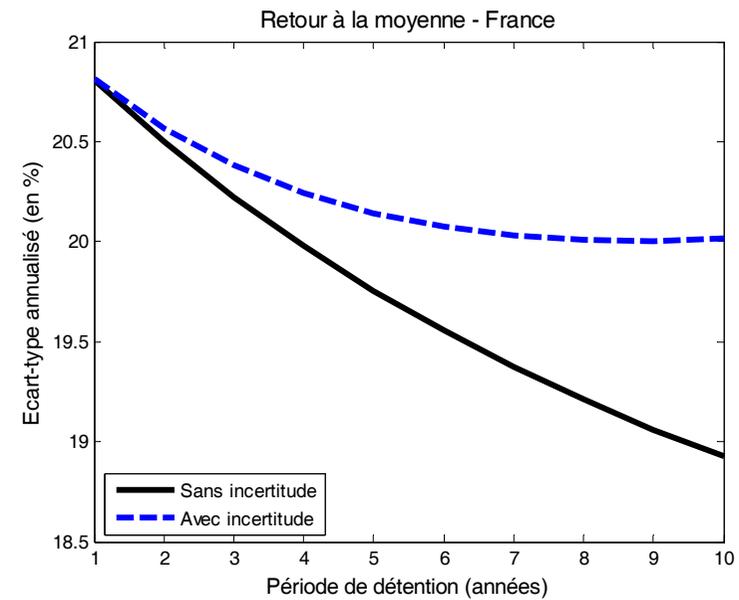
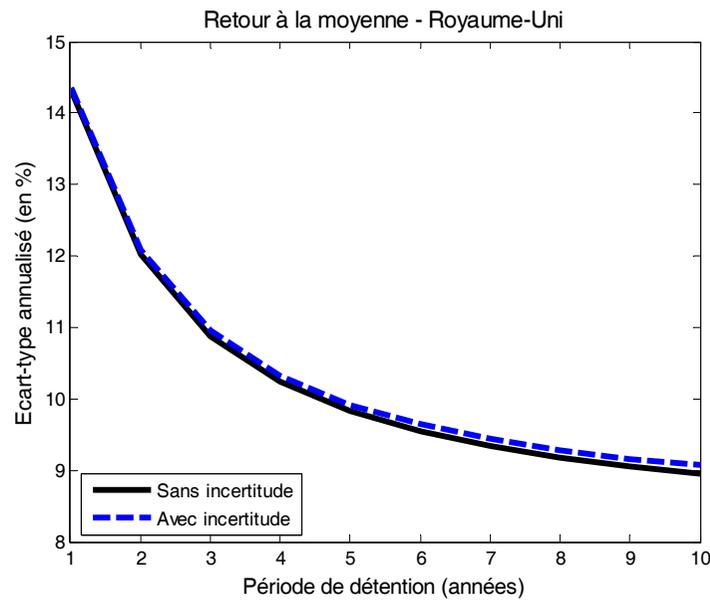
ce qui donne $V(r_{t+1}) = \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\eta^2 + \rho \sigma_\varepsilon \sigma_\eta$.

Si ρ est très négatif, l'incertitude sur les rentabilités diminue quand l'horizon s'accroît (retour à la moyenne).

Les actions sont donc moins risquées à long terme et l'allocation à long terme doit donc inclure plus d'actions que le suggère une allocation statique.

On observe très nettement ce type de résultat pour le ratio dividende/prix au Royaume-Uni, en France et en Allemagne.

Retour à la moyenne



Allocation optimale

On regarde maintenant l'effet de la prévisibilité et de l'incertitude sur les paramètres pour l'allocation sur longue période.

L'investisseur maximise à la date T l'espérance de l'utilité de sa richesse à l'échéance de son placement ($T + \hat{T}$), en fonction du poids ω des actions dans son portefeuille :

$$\max_{\omega} E_T \left(U(W_{T+\hat{T}}) \right)$$

La fonction d'utilité de l'investisseur s'écrit

$$U(W_{T+\hat{T}}) = \frac{(W_{T+\hat{T}})^{1-A}}{1-A}$$

où A est l'aversion pour le risque et la richesse à la date $T + \hat{T}$ s'écrit :

$$W_{T+\hat{T}} = (1 - \omega) \exp(\hat{T} r_f) + \omega \exp((r_{T+1} + r_f) + \dots + (r_{T+\hat{T}} + r_f)).$$

Allocation optimale

On étudie 4 situations possibles :

| Stratégie | Sans prévisibilité des rentabilités | Avec prévisibilité des rentabilités |
|-----------|--|--|
| Statique | X | X |
| Dynamique | X | X |

et on distingue ce qui se passe quand on prend en compte l'incertitude sur les paramètres ou non.

Stratégie Statique : Prévission des rentabilités en $T + \hat{T}$ et allocation statique.

Stratégie Dynamique : Recherche de la stratégie optimale en T compte tenu de toute la séquence des allocations possibles entre T et $T + \hat{T}$.

Sans prévisibilité : Les rentabilités sont supposées constantes dans le temps.

Avec prévisibilité : Les rentabilités sont prévues sur toute la période entre T et $T + \hat{T}$.

Stratégie Statique

L'allocation est fixée, une fois pour toute, au début de la période d'allocation (date T).

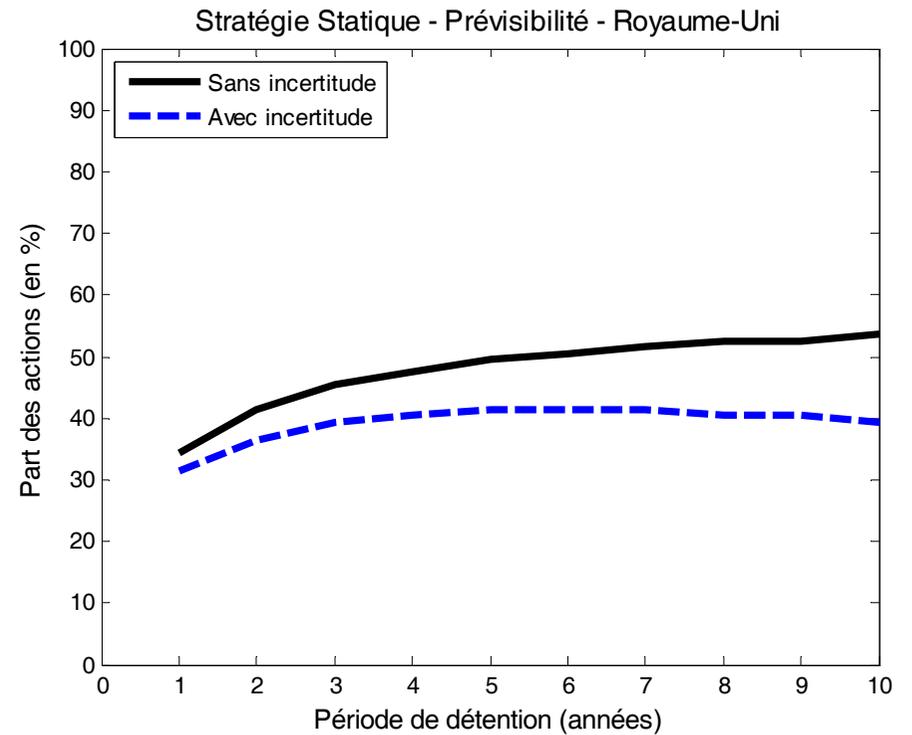
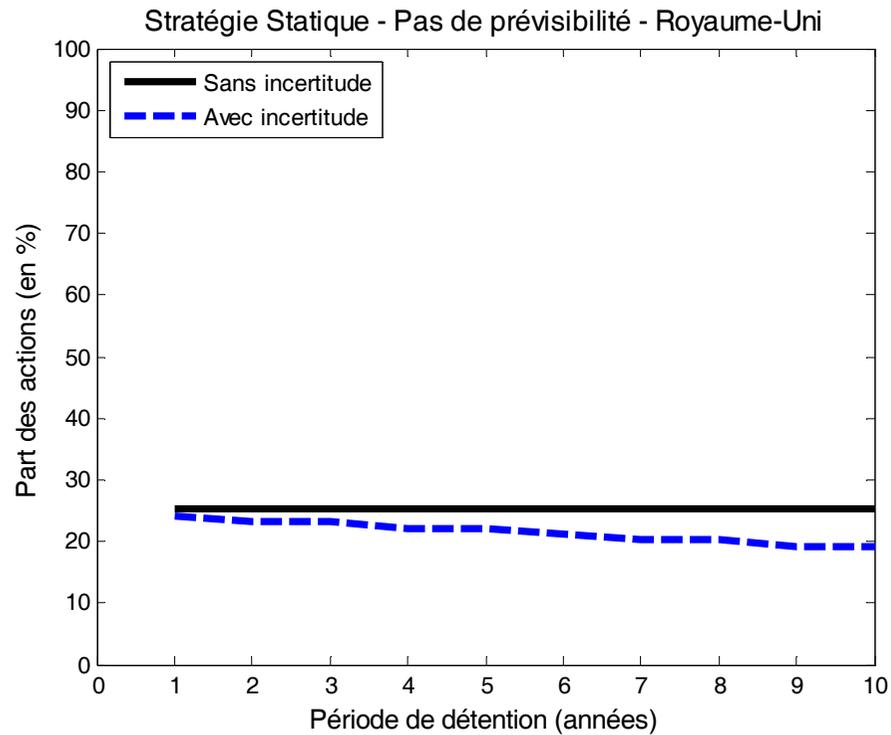
- Pas de prévisibilité : la rentabilité est constante (moyenne historique)
- Prévisibilité : la rentabilité dépend du ratio dividende/prix.

L'allocation optimale est obtenue à partir des caractéristiques de la rentabilité prévue entre T et $T + \hat{T}$.

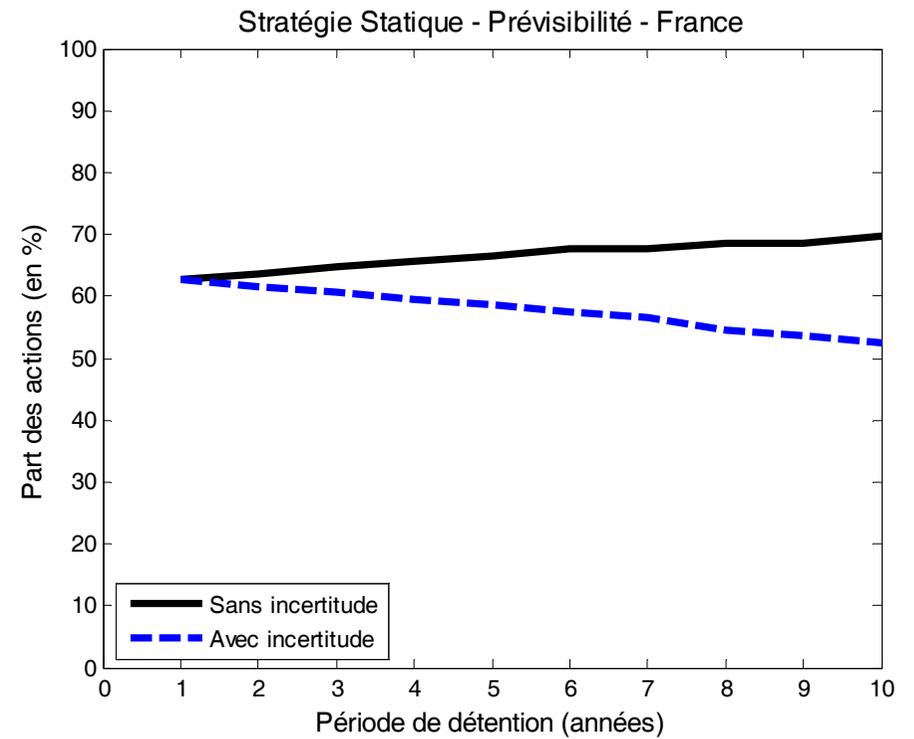
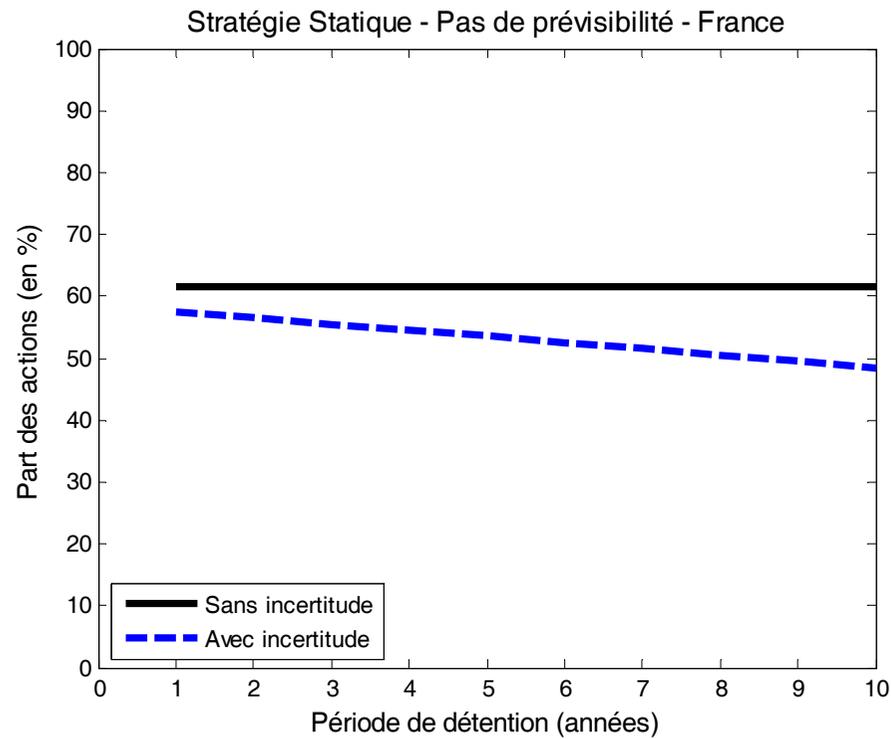
Principaux résultats :

- Avec prévisibilité, la part des actions augmente avec l'horizon de placement.
- Quand l'incertitude est prise en compte, la part des actions baisse avec l'horizon de placement.
- L'effet final dépend de l'importance relative des deux facteurs.

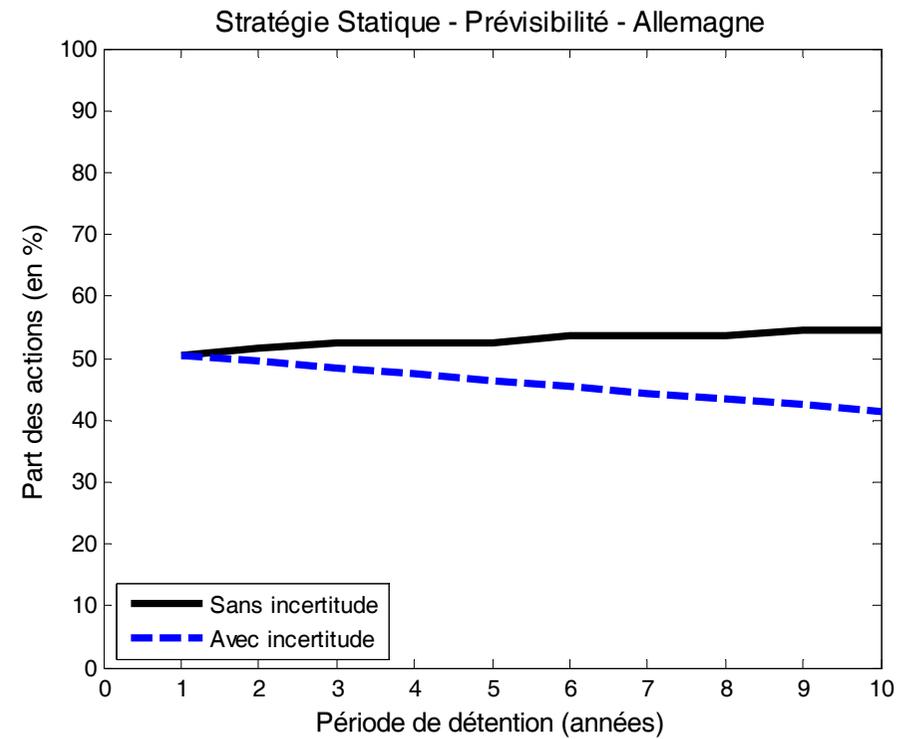
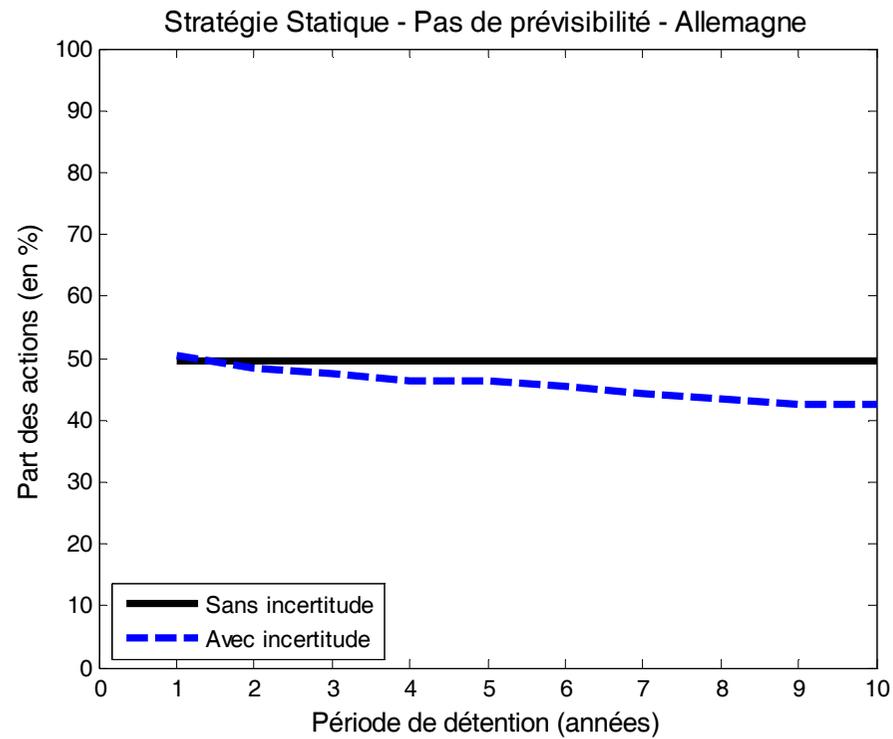
Stratégie Statique



Stratégie Statique



Stratégie Statique

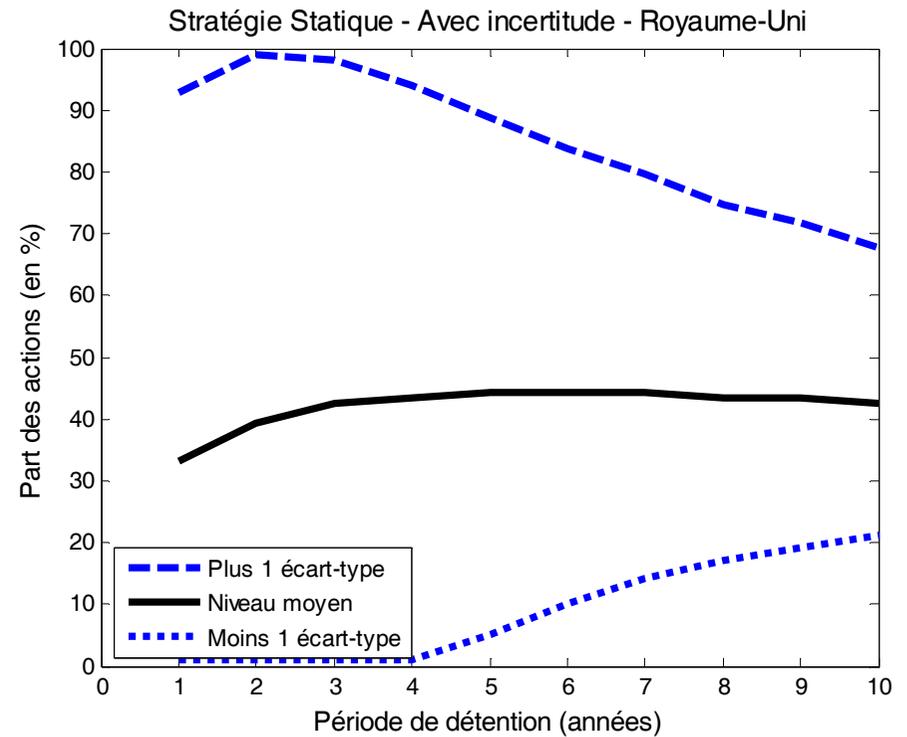
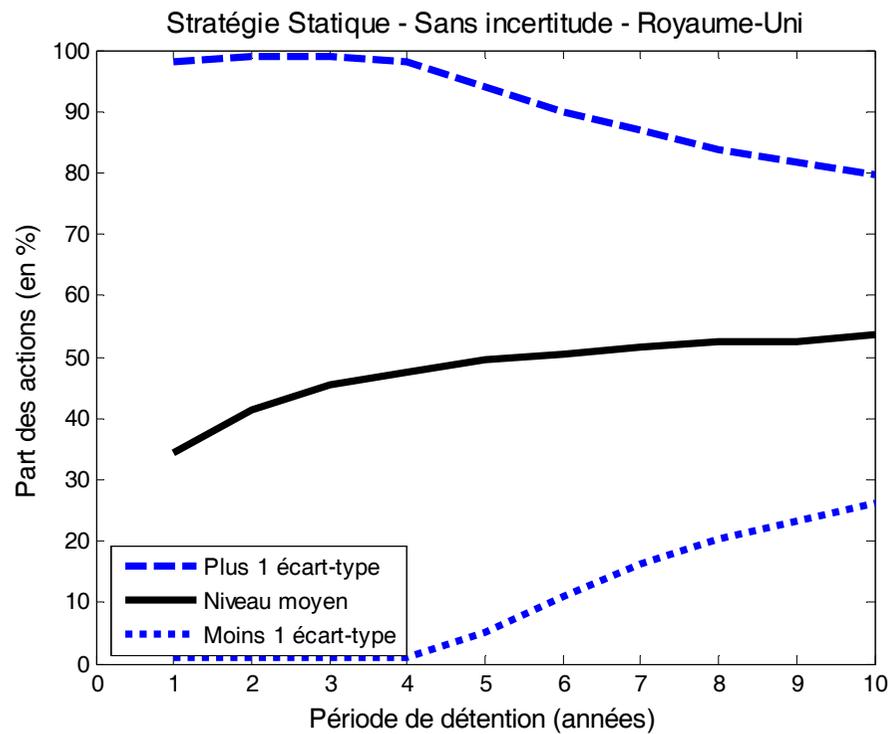


Stratégie Statique – Sensibilité aux paramètres

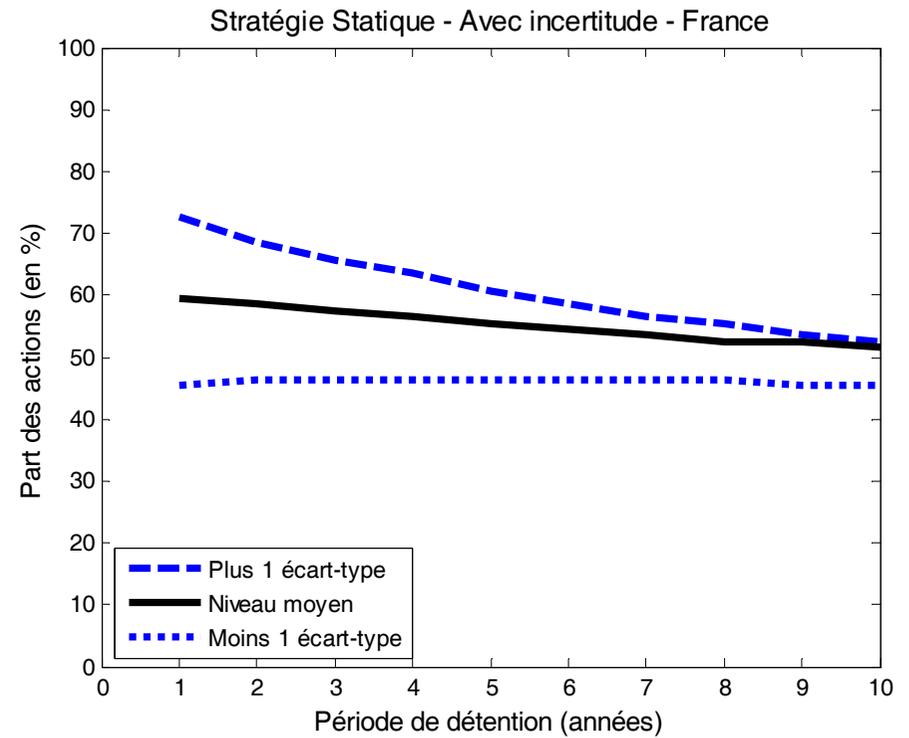
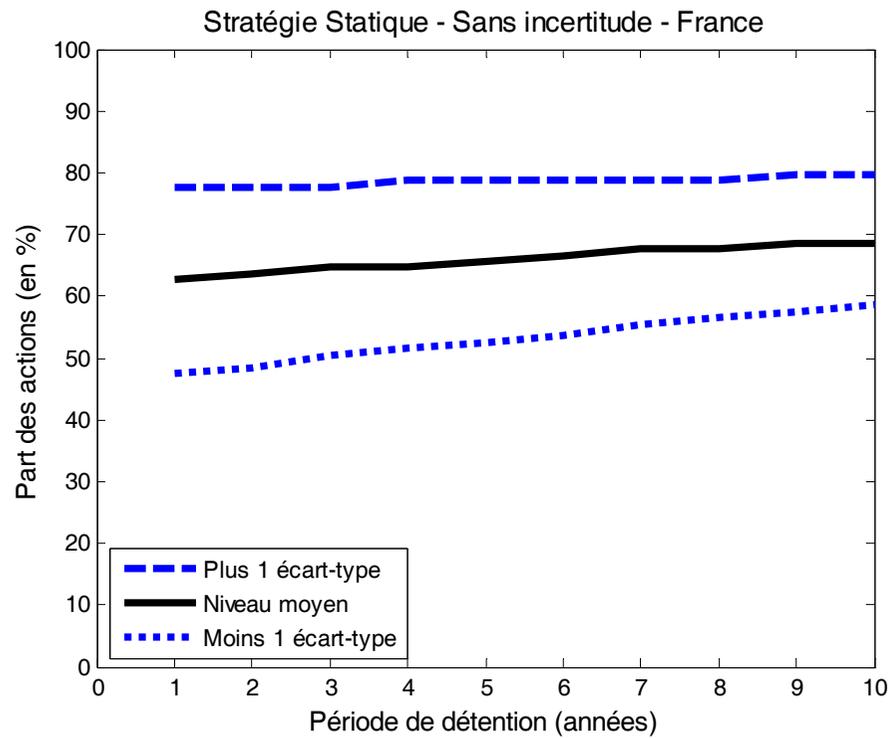
On s'intéresse aux conséquences d'un changement du niveau initial du ratio dividende / prix sur l'allocation optimale.

- L'allocation est très sensible au niveau attendu du ratio dividende/prix : une augmentation du ratio augmente le poids des actions.
- Le poids des actions tend vers le niveau moyen quand l'horizon augmente, car un niveau de ratio dividende/prix très différent de sa moyenne n'est pas soutenable à long terme et doit retourner vers sa moyenne. A long terme, le poids des actions est à son niveau moyen.

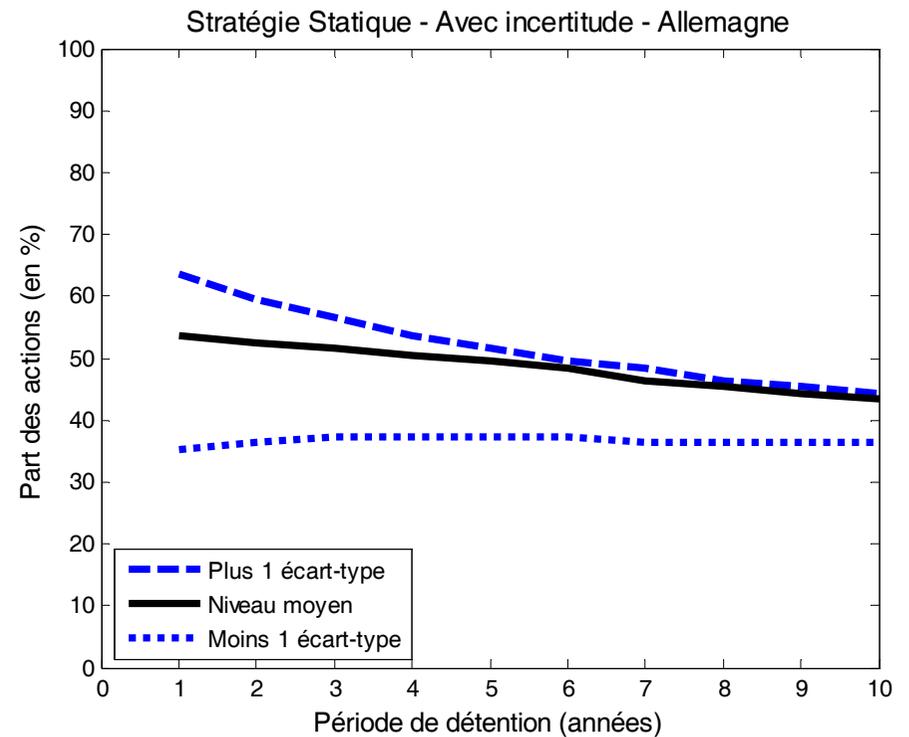
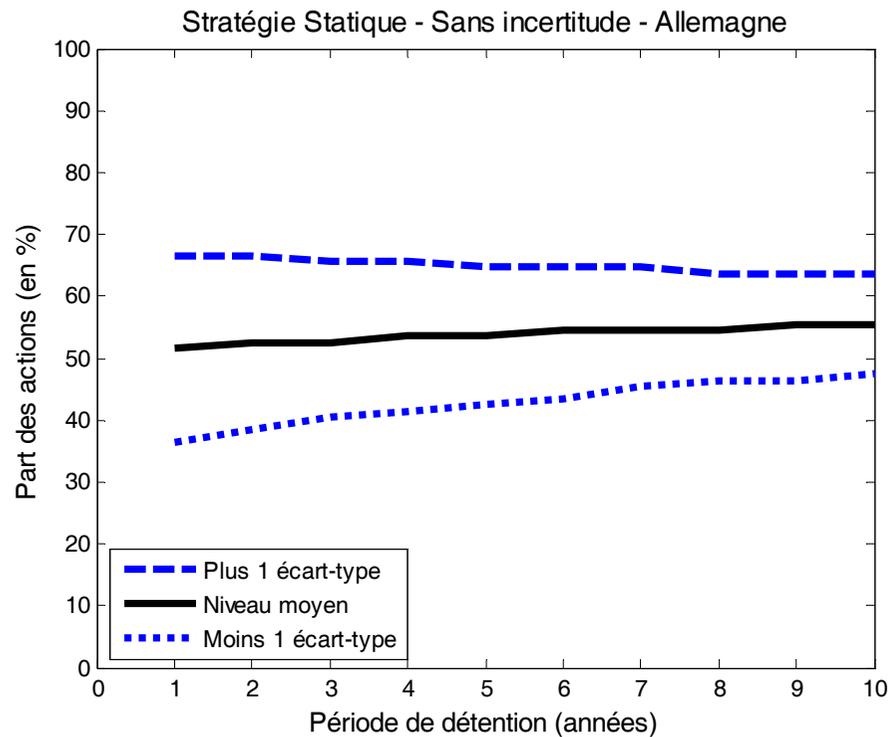
Stratégie Statique – Sensibilité aux paramètres



Stratégie Statique – Sensibilité aux paramètres



Stratégie Statique – Sensibilité aux paramètres



Stratégie Dynamique

On considère maintenant un investissement sur 10 ans, en tenant compte de l'évolution prévue pour les rentabilités boursières et l'ensemble de ses variables explicatives.

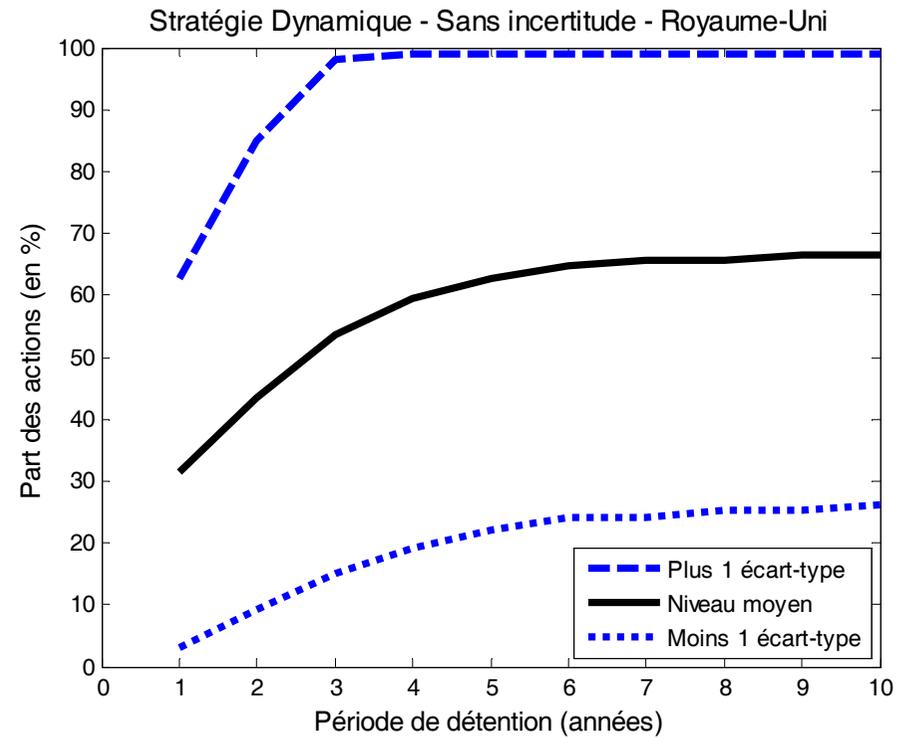
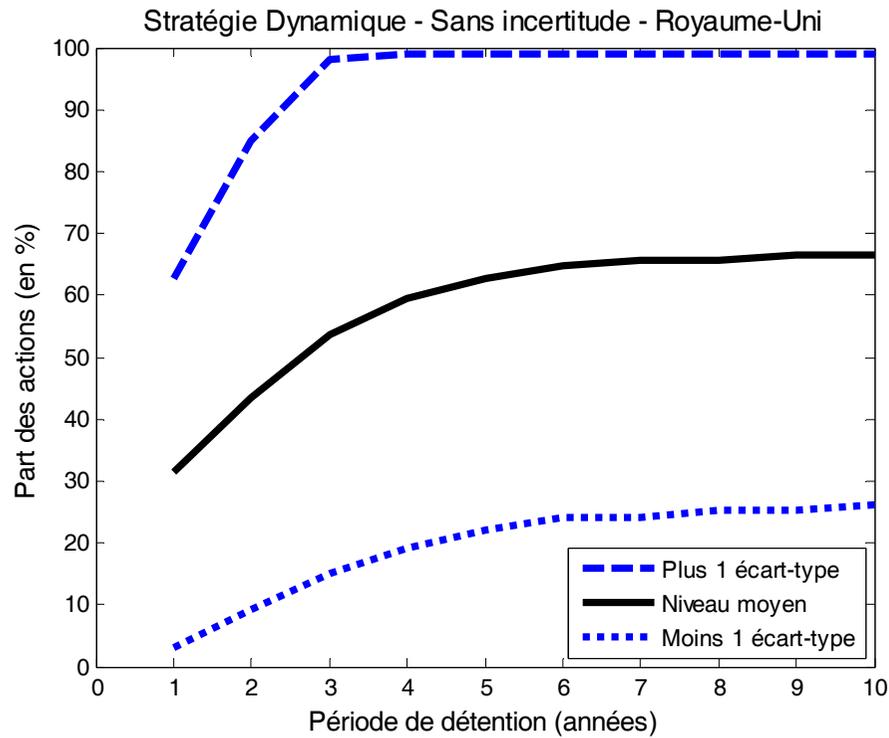
L'allocation à la date T doit donc tenir compte des possibles ajustements de portefeuille qui pourraient intervenir d'ici la date $T + \hat{T}$.

La résolution est numérique et relativement longue. Cette approche ne se prêterait donc pas à un nombre important (>3) de variables explicatives.

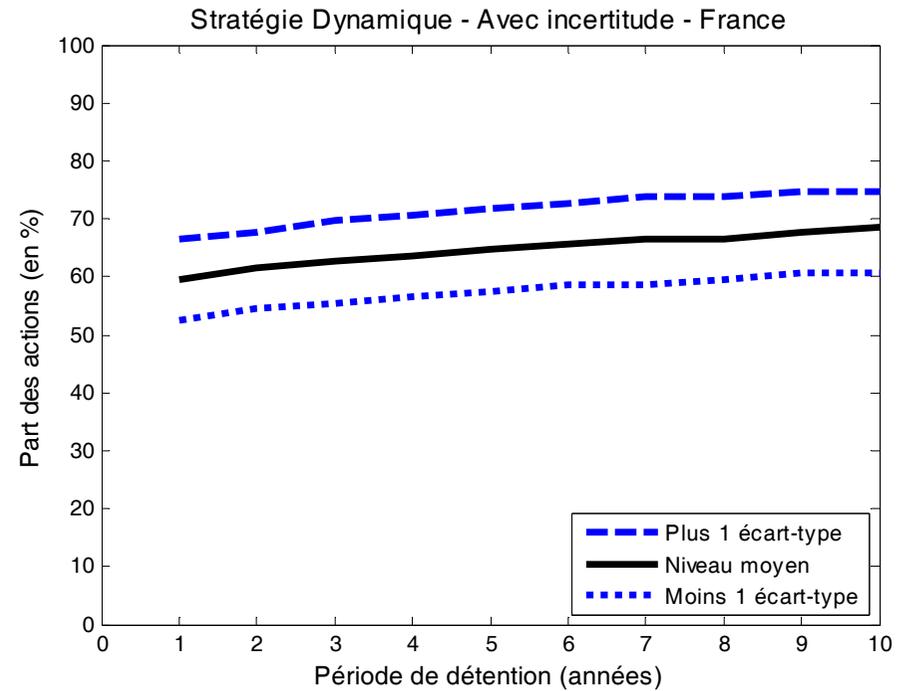
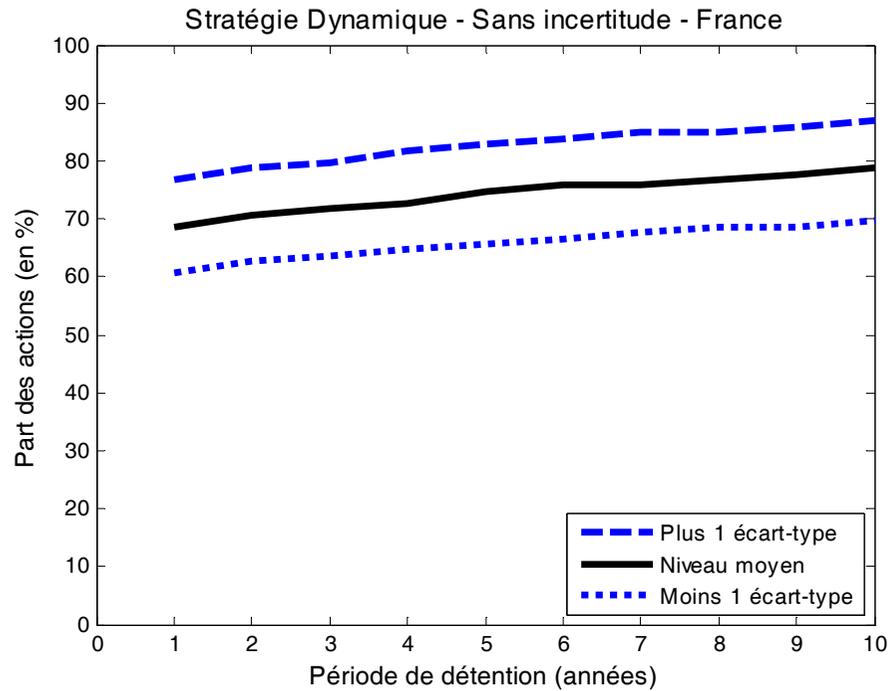
Principaux résultats :

- Le poids des actions augmente de nouveau avec l'horizon (l'effet de l'incertitude est peu important). C'est vrai pour tous les niveaux du ratio dividende/prix.
- L'augmentation du poids des actions est due à la demande de couverture inter-temporelle et à la corrélation négative entre rentabilité et ratio dividende/prix.
- Stratégie plus agressive par rapport à la stratégie Statique : à 10 ans, 85% d'actions contre 50% pour la stratégie Statique.

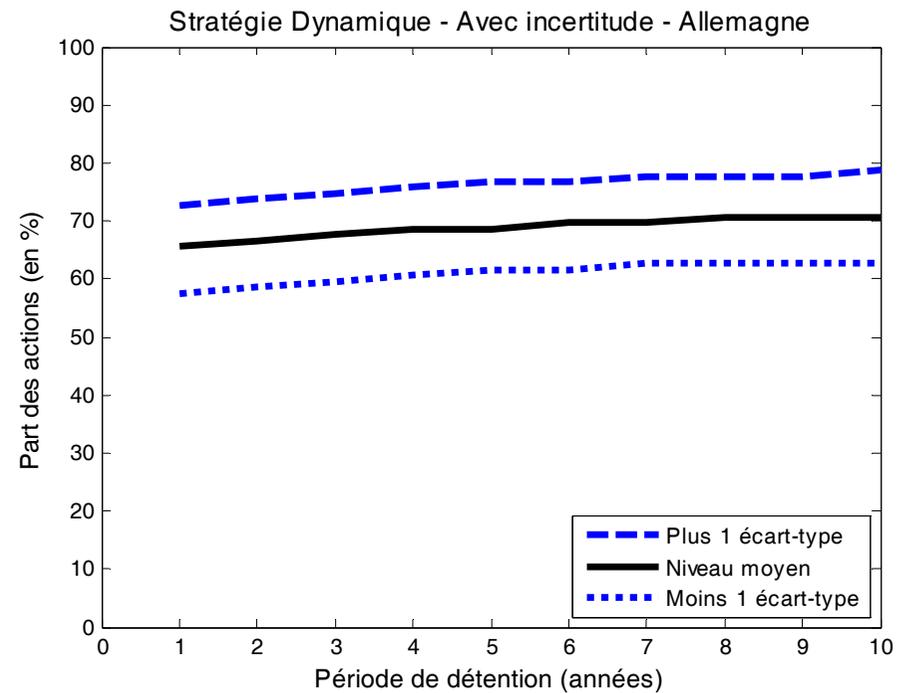
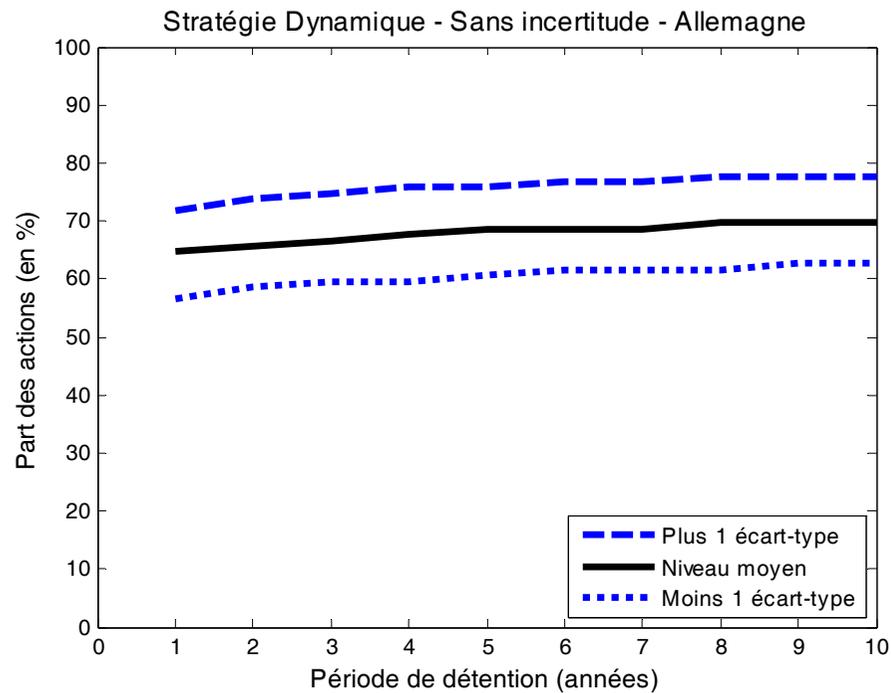
Stratégie Dynamique



Stratégie Dynamique



Stratégie Dynamique



Conclusion

- Dans une optique d'investissement de long terme, il est essentiel de tenir compte de la prévisibilité des rentabilités boursières.
- Cette prévisibilité permet de réduire le risque attaché aux marchés des actions et conduit donc à accroître sensiblement le poids des actions dans le portefeuille optimal.
- La part optimale des actions passe ainsi de 40-50% dans le portefeuille statique à 60-70% dans un portefeuille dynamique.