

**Investisseurs de long terme :  
Quelle allocation d'actif ?**

**Eric Jondeau et Michael Rockinger**

**University of Lausanne,  
Swiss Finance Institute**

**Paris  
19 janvier 2010**

# Investir dans une perspective de long terme

---

## Motivation : Demande de couverture intertemporelle

- Allongement de l'espérance de vie.
- Nécessité de mettre en place des stratégies d'investissement à long terme pour les fonds de pension.
- Le long terme change-t-il quelque chose dans une stratégie d'investissement ?
  - **Samuelson (1969)** : Non si la distribution des rentabilités ne varie pas.
  - **Merton (1971)** : Oui, si la distribution varie dans le temps, car l'investisseur doit se couvrir contre les changements inattendus des paramètres du modèle.
  - **Campbell et Viceira (2002)** : Les demandes de couverture intertemporelle sont économiquement importantes (jusqu'à doubler le poids des actions).
  - Un actif assure une bonne couverture pour un ensemble d'opportunités d'investissement s'il tend à payer plus quand les prix des autres actifs chutent.

# Investir dans une perspective de long terme

---

## Motivation : Prévisibilité des rentabilités

- Que se passe-t-il si les caractéristiques des rentabilités sont (partiellement) prévisibles ?
  - Difficulté à tester la prévisibilité des rentabilités.
    - Faible prévisibilité statistique à court terme.
    - Mais ce qui compte, ce sont surtout les conséquences sur l'allocation.
  - Comment tenir compte de l'incertitude sur l'estimation des paramètres du modèle de prévision (risque d'estimation) ?
    - Le risque d'estimation peut-il atténuer l'effet de la prévisibilité ?

# Positionnement du papier

---

**Campbell et Viceira (2002) :** Analyse pour les Etats-Unis.

- Implications de la prévisibilité des rentabilités pour l'allocation à long terme.
- La demande de couverture intertemporelle peut conduire à doubler la part des actions dans le portefeuille optimal.

**Bec et Gollier (2009) :** Analyse pour la France.

- Moins de prévisibilité des rentabilités pour la France.
- Pas d'étude de la composition optimale du portefeuille de long terme.

**Cette étude :** Extension aux grands pays européens.

- Implications de la prévisibilité des rentabilités pour le long terme.
- Comparaison des stratégies statiques et dynamiques.
- Etude de l'effet du risque d'estimation sur ces résultats.

# Principaux résultats

---

- La prévisibilité des rentabilités est faible statistiquement à court terme, mais importante économiquement à long terme.
- Elle provient essentiellement d'un effet de retour à la moyenne, due à la corrélation négative entre la rentabilité et le ratio dividende/prix.
- Ces résultats ont des implications importantes pour l'allocation à long terme. La part optimale des actions dans le portefeuille de long terme devrait être beaucoup plus importante par rapport à une allocation statique :
  - Royaume-Uni : 60% au lieu de 40%
  - France : 70% au lieu de 50%
  - Allemagne : 70% au lieu de 40%
- Il existe une incertitude autour de l'estimation des paramètres du modèle (risque d'estimation), qui pourrait contrebalancer l'effet de la prévisibilité. Cet effet est néanmoins limité.

# Prévisibilité des rentabilités boursières - Données

---

- Rentabilités boursières mensuelles pour les 10 principaux pays européens.
- Devise locale, fin de mois, entre 1975 et 2008.
- Variables explicatives potentielles :
  - Inflation annuelle
  - Taux à court terme
  - Taux à long terme
  - Ratio Dividende/Prix
- Deux périodes d'analyse :
  - Estimation : 1975-2004 (30 ans)
  - Hors échantillon : 2005-08 (3 ans)
- Plusieurs approches :
  - Univarié - sur une période
  - Multivarié - sur longue période (permet la prévision des variables explicatives)
  - Analyse de l'effet de l'incertitude

# Modèle univarié – Le modèle

---

On s'intéresse au modèle suivant

$$r_t = a + B X_{t-1} + \varepsilon_t$$

où  $r_t$  est l'excès de rendement du marché actions par rapport au taux sans risque

et  $X_t$  est un ensemble de variables explicatives potentielles :

- Taux à court terme ( $r_{f,t-1}$ )
- Taux à long terme (obligations d'Etat) ( $r_{b,t-1}$ )
- Différentiel de taux long - taux court ( $r_{b,t-1} - r_{f,t-1}$ )
- Ratio dividende / prix des actions ( $dpr_{t-1}$ )
- Inflation annuelle ( $\pi_{t-1}$ )

# Modèle univarié – Le modèle

**Tableau 1 : Estimation des paramètres et mesures de performance.**

	France	Allemagne	Royaume -Uni	Italie	Espagne	Suisse	Pays- Bas	Norvège
$dpr_{t-1}$	0.431 (0.279)	0.279 (0.572)	<b>2.372</b> (0.000)	0.078 (0.854)	<b>0.377</b> (0.006)	0.732 (0.170)	<b>0.477</b> (0.025)	<b>0.904</b> (0.027)
$\pi_{t-1}$	-0.183 (0.349)	-0.069 (0.782)	<b>-0.281</b> (0.001)	-0.011 (0.875)	<b>-0.307</b> (0.000)	-0.225 (0.225)	-0.178 (0.225)	<b>-0.333</b> (0.023)
$100R^2$	0.33	0.10	10.65	0.02	3.61	0.61	1.40	1.67
$pval(F)$	0.55	0.84	<b>0.00</b>	0.97	<b>0.00</b>	0.36	<b>0.08</b>	<b>0.05</b>
corr signe	56.8	56.8	57.9	49.9	59.6	61.4	59.3	56.8



# Commentaires

---

- De façon générale, concernant le pouvoir explicatif à court terme :
  - Certains paramètres sont significatifs pour 5 pays sur 10
  - Rôle important du ratio dividende/prix et de l'inflation
  - Les signes des paramètres sont en accord avec la théorie économique
  
  - Pouvoir explicatif ( $R^2$ ) élevé au Royaume-Uni, en Espagne, aux Pays-Bas et en Norvège
  - Statistique corr signe > 50% dans la plupart des pays
  
  - Paramètres instables à travers les sous-périodes
  - Nécessité de prendre en compte l'incertitude des estimations
  
  - Même hors échantillon (2005-08), la prévisibilité est maintenue

# Modèle multivarié – Le modèle

---

On s'intéresse maintenant au modèle suivant

$$\begin{pmatrix} r_t \\ x_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_r \\ a_x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_r \\ B_x \end{pmatrix} x_{t-1} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{r,t} \\ \varepsilon_{x,t} \end{pmatrix}$$

où  $x_t$  contient le ratio dividende/prix et l'inflation.

Ce modèle peut être utilisé pour une allocation de long terme, car il fournit des prévisions des variables explicatives.

# Commentaires

---

- En termes d'estimation des paramètres, les résultats sont similaires à ceux obtenus dans le cadre univarié.
- Le terme d'erreur sur la rentabilité est très négativement corrélé avec le terme d'erreur sur le ratio dividende/prix :

Royaume-Uni :	−0.90
Allemagne :	−0.85
France :	−0.80
Italie :	−0.70

# Retour à la moyenne

---

Même si la prévisibilité des rentabilités ne paraît pas clairement établie, il y a une forte prévisibilité de long terme. Elle provient d'un phénomène de retour des rentabilités vers leur moyenne de longue période.

On étudie considère le modèle simplifié suivant :

$$\begin{aligned} r_{t+1} &= x_{t+1} + \varepsilon_{t+1} & V(\varepsilon_{t+1}) &= \sigma_\varepsilon^2 \\ x_{t+1} &= x_t + \eta_{t+1} & V(\eta_{t+1}) &= \sigma_\eta^2 & \text{Corr}(\varepsilon_{t+1}, \eta_{t+1}) &= \rho \end{aligned}$$

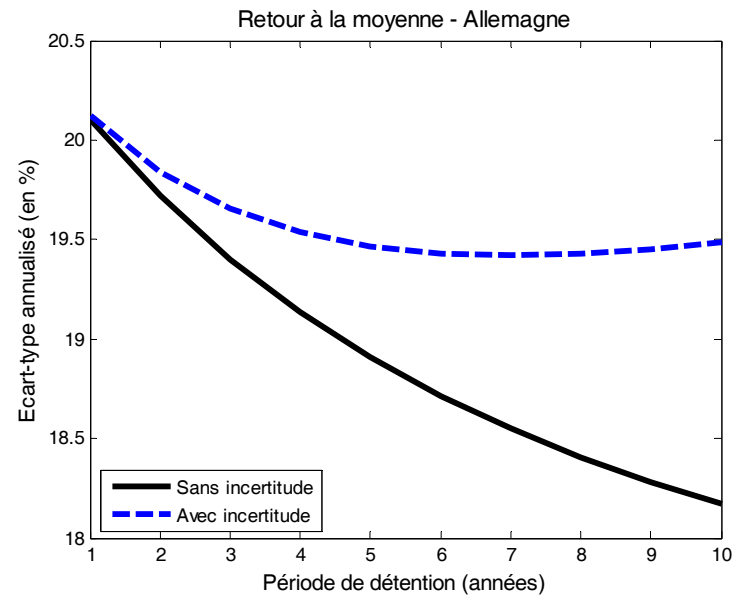
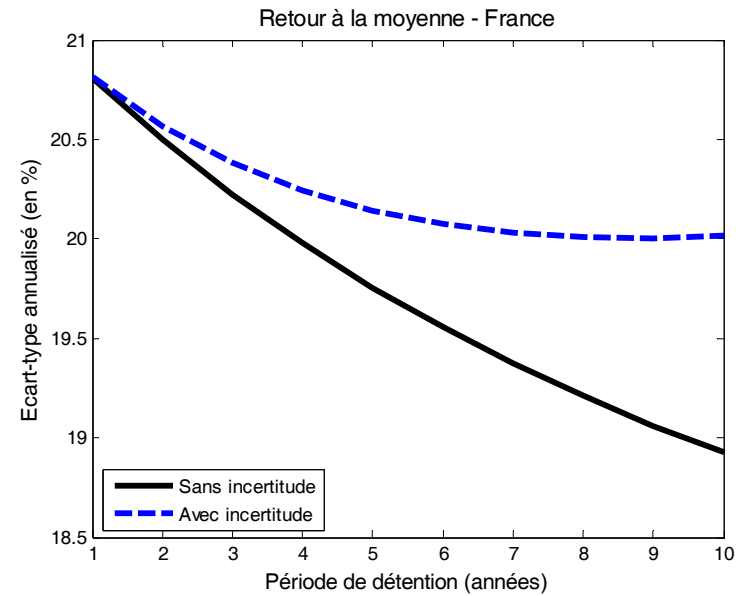
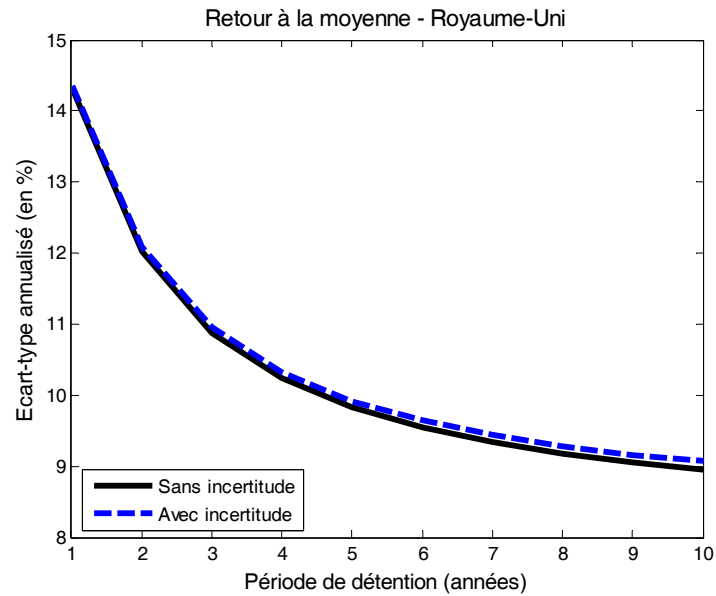
ce qui donne  $V(r_{t+1}) = \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\eta^2 + \rho \sigma_\varepsilon \sigma_\eta$ .

Si  $\rho$  est très négatif, l'incertitude sur les rentabilités diminue quand l'horizon s'accroît (retour à la moyenne).

Les actions sont donc moins risquées à long terme et l'allocation à long terme doit donc inclure plus d'actions que le suggère une allocation statique.

On observe très nettement ce type de résultat pour le ratio dividende/prix au Royaume-Uni, en France et en Allemagne.

# Retour à la moyenne



# Allocation optimale

---

On regarde maintenant l'effet de la prévisibilité et de l'incertitude sur les paramètres pour l'allocation sur longue période.

L'investisseur maximise à la date  $T$  l'espérance de l'utilité de sa richesse à l'échéance de son placement ( $T + \hat{T}$ ), en fonction du poids  $\omega$  des actions dans son portefeuille :

$$\max_{\omega} E_T (U(W_{T+\hat{T}}))$$

La fonction d'utilité de l'investisseur s'écrit

$$U(W_{T+\hat{T}}) = \frac{(W_{T+\hat{T}})^{1-A}}{1-A}$$

où  $A$  est l'aversion pour le risque et la richesse à la date  $T + \hat{T}$  s'écrit :

$$W_{T+\hat{T}} = (1 - \omega) \exp(\hat{T} r_f) + \omega \exp((r_{T+1} + r_f) + \dots + (r_{T+\hat{T}} + r_f)).$$

# Allocation optimale

---

On étudie 4 situations possibles :

Stratégie	Sans prévisibilité des rentabilités	Avec prévisibilité des rentabilités
Statique	<b>X</b>	<b>X</b>
Dynamique	<b>X</b>	<b>X</b>

et on distingue ce qui se passe quand on prend en compte l'incertitude sur les paramètres ou non.

**Stratégie Statique** : Prévion des rentabilités en  $T + \hat{T}$  et allocation statique.

**Stratégie Dynamique** : Recherche de la stratégie optimale en  $T$  compte tenu de toute la séquence des allocations possibles entre  $T$  et  $T + \hat{T}$ .

**Sans prévisibilité** : Les rentabilités sont supposées constantes dans le temps.

**Avec prévisibilité** : Les rentabilités sont prévues sur toute la période entre  $T$  et  $T + \hat{T}$ .

# Stratégie Statique

---

L'allocation est fixée, une fois pour toute, au début de la période d'allocation (date  $T$ ).

- Pas de prévisibilité : la rentabilité est constante (moyenne historique)
- Prévisibilité : la rentabilité dépend du ratio dividende/prix.

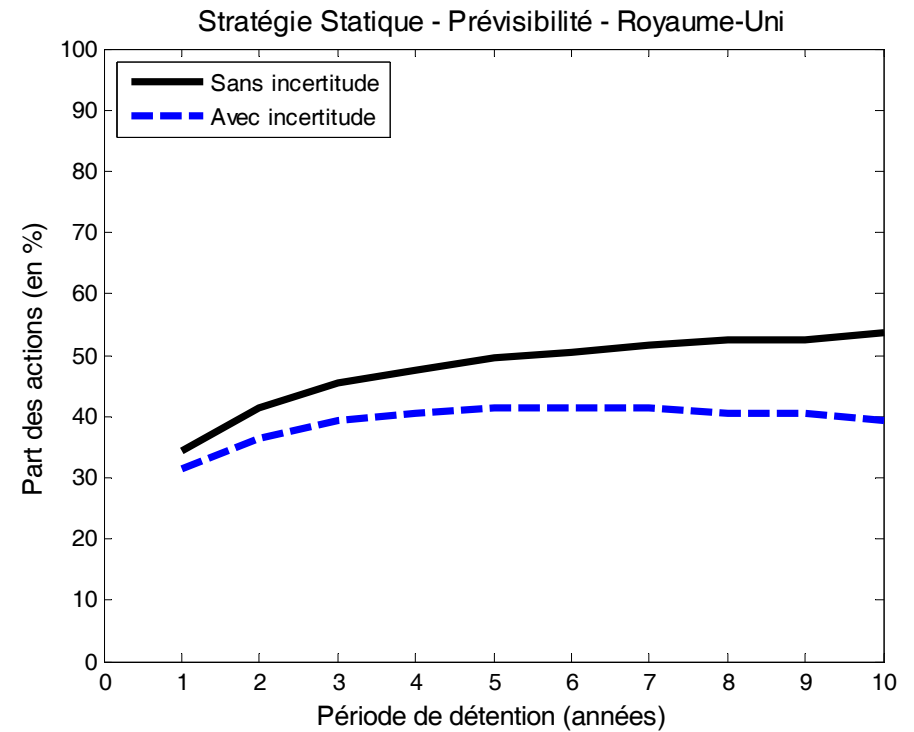
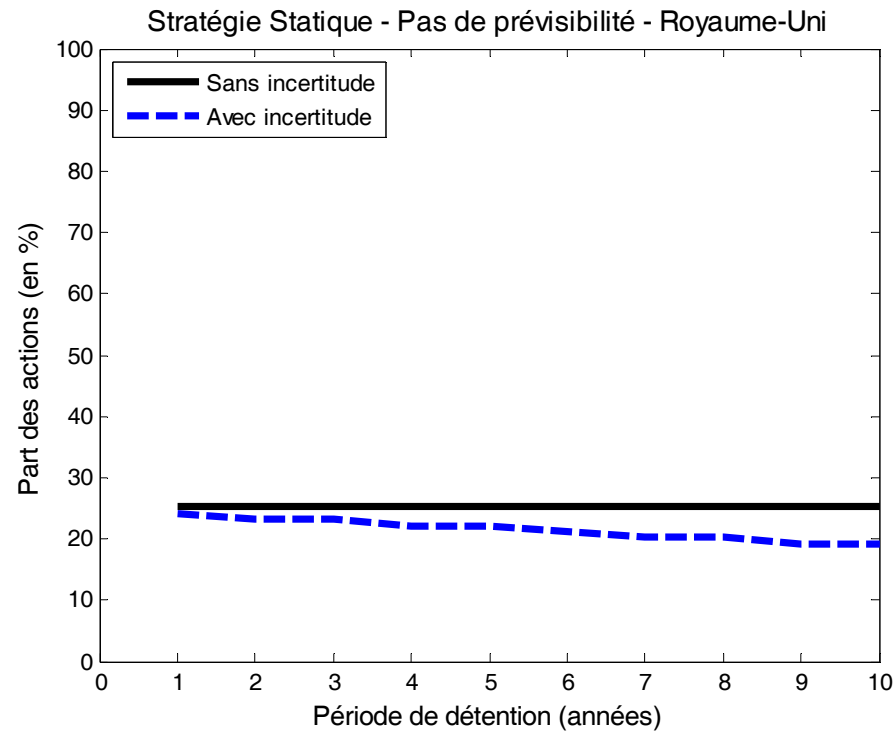
L'allocation optimale est obtenue à partir des caractéristiques de la rentabilité prévue entre  $T$  et  $T + \hat{T}$ .

## Principaux résultats :

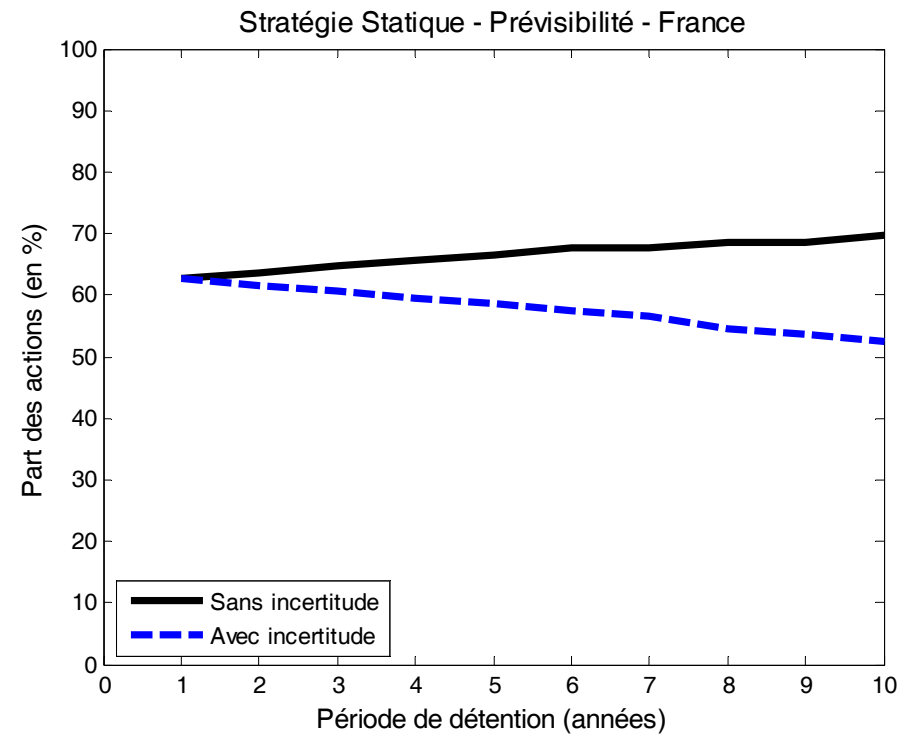
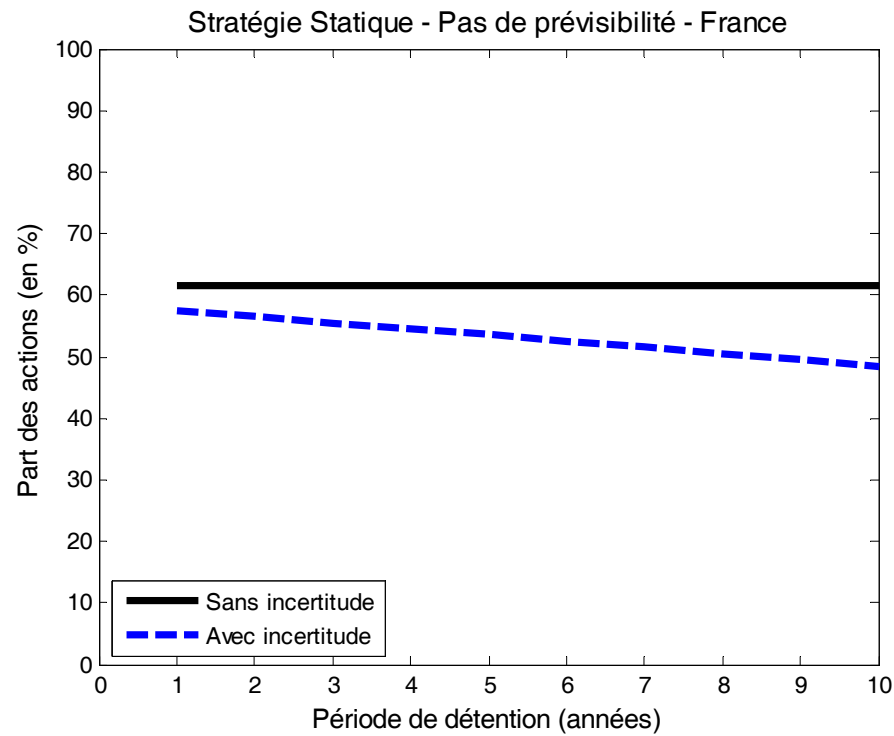
- Avec prévisibilité, la part des actions augmente avec l'horizon de placement.
- Quand l'incertitude est prise en compte, la part des actions baisse avec l'horizon de placement.
- L'effet final dépend de l'importance relative des deux facteurs.



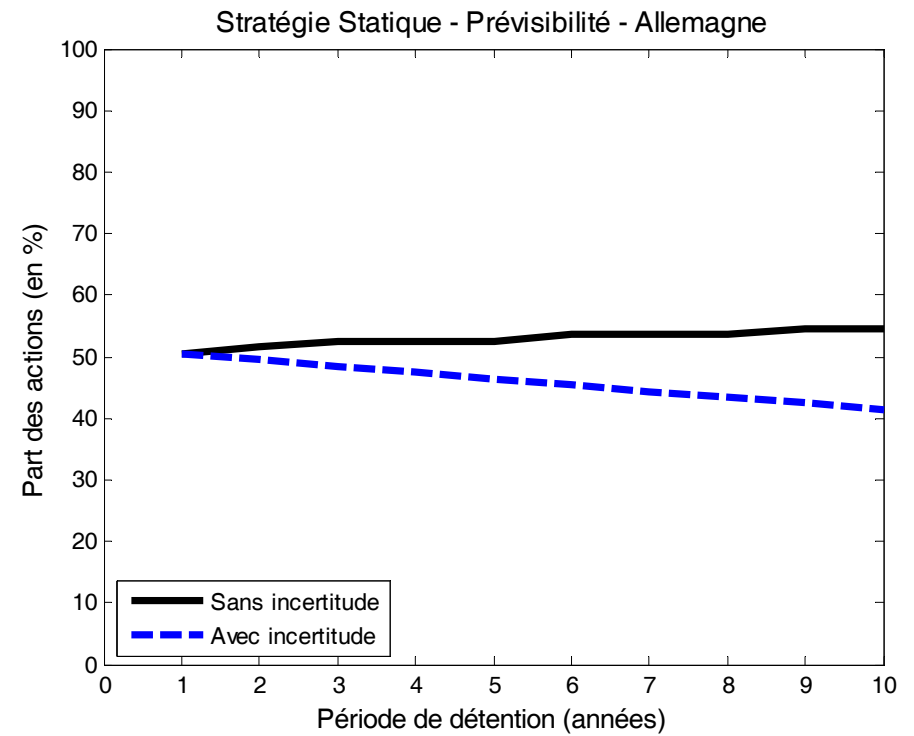
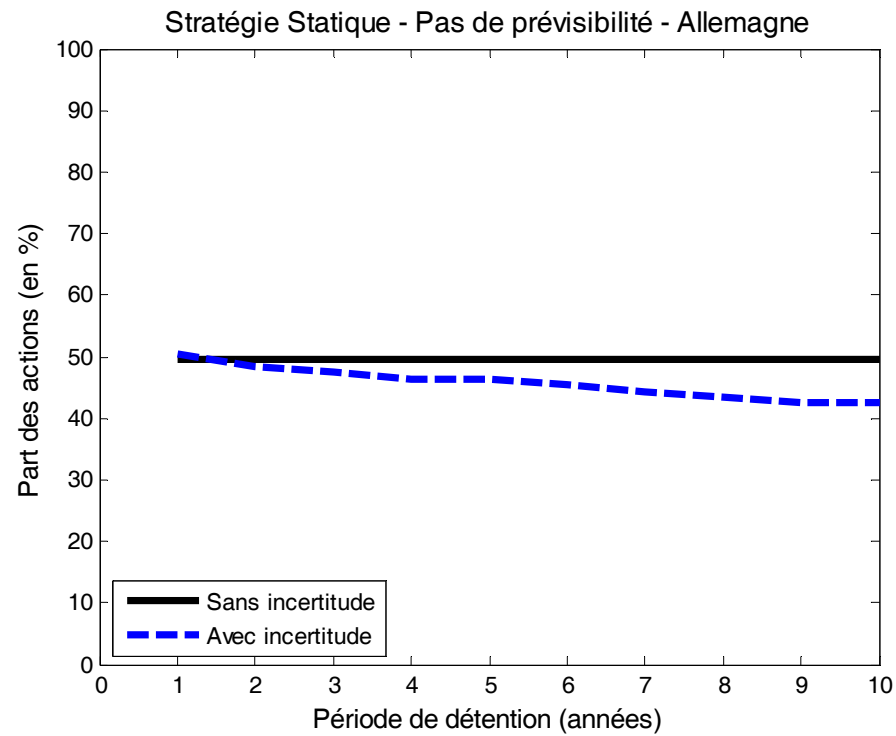
# Stratégie Statique



# Stratégie Statique



# Stratégie Statique



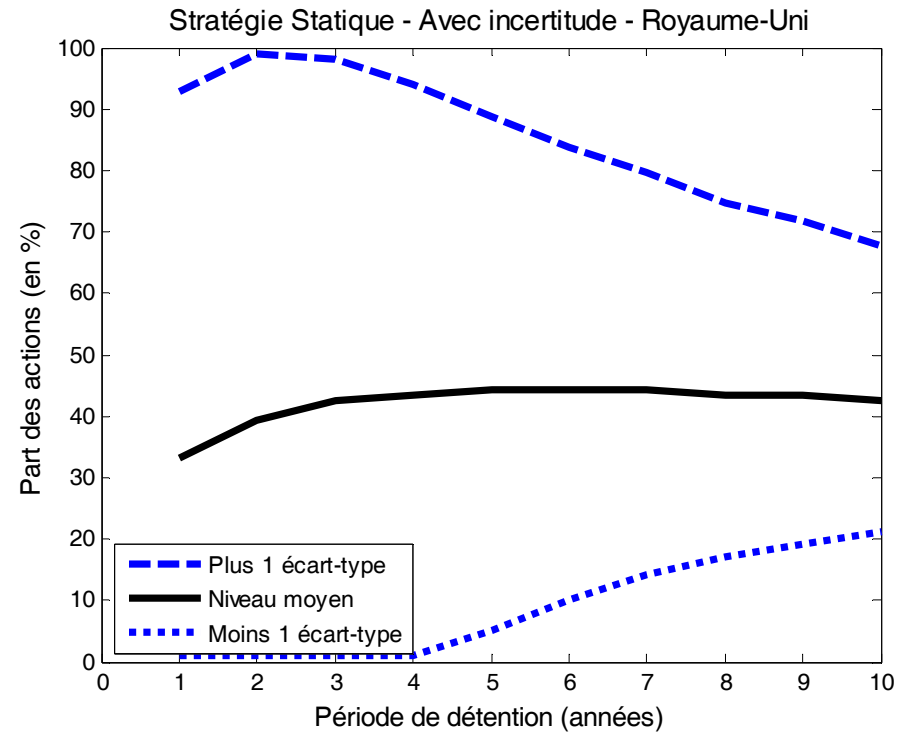
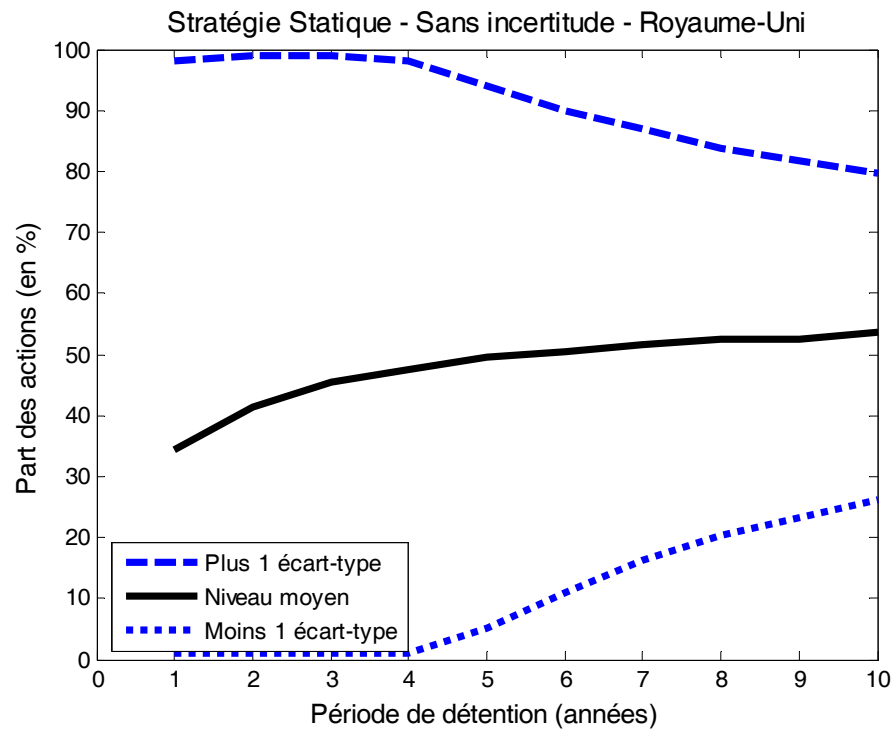
# Stratégie Statique – Sensibilité aux paramètres

---

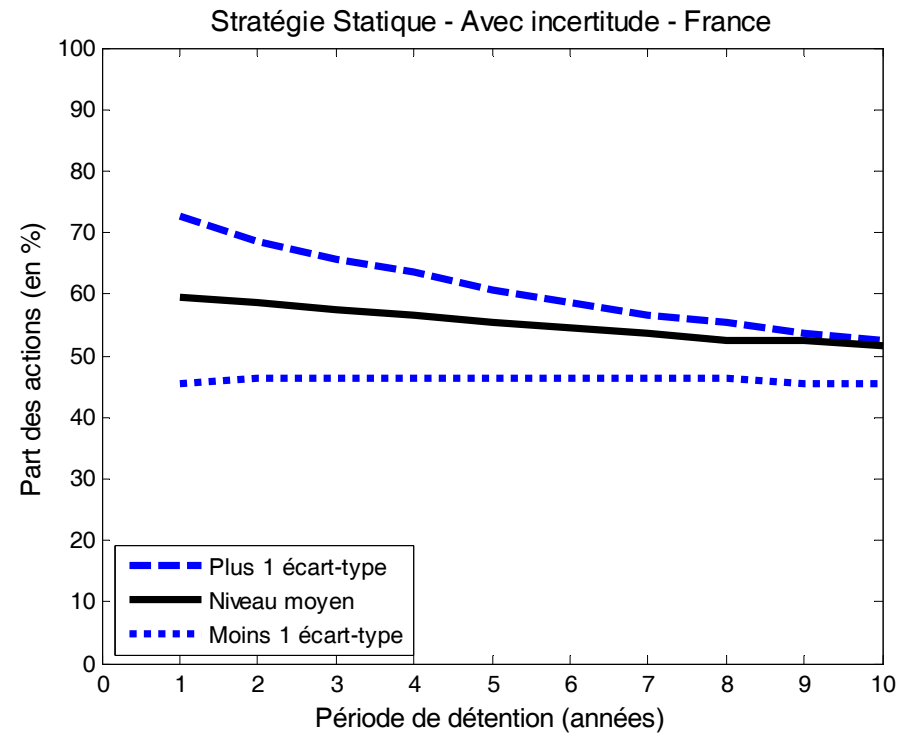
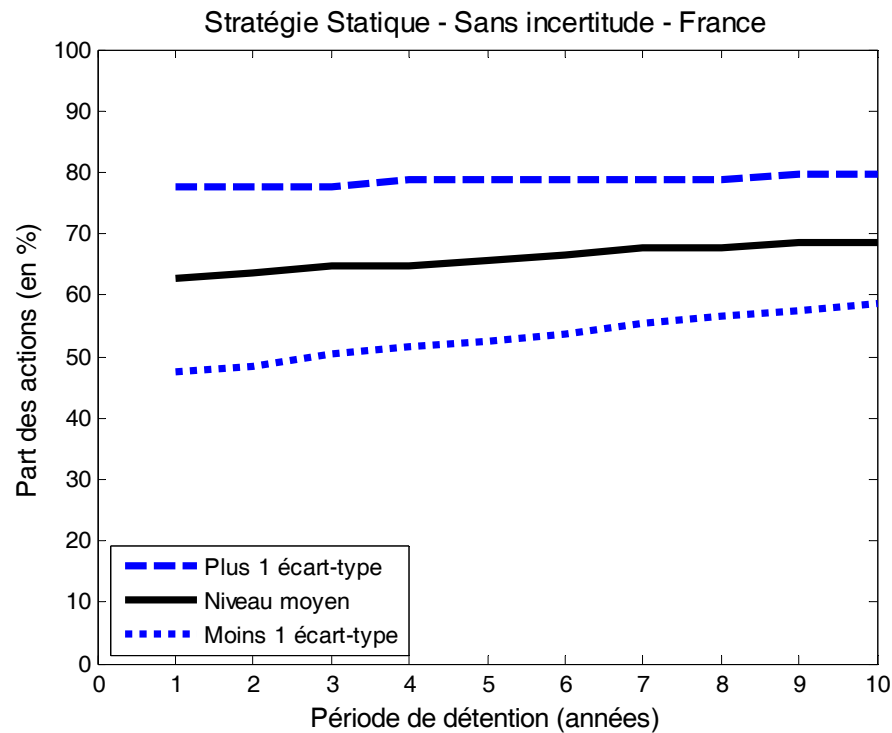
On s'intéresse aux conséquences d'un changement du niveau initial du ratio dividende / prix sur l'allocation optimale.

- L'allocation est très sensible au niveau attendu du ratio dividende/prix : une augmentation du ratio augmente le poids des actions.
- Le poids des actions tend vers le niveau moyen quand l'horizon augmente, car un niveau de ratio dividende/prix très différent de sa moyenne n'est pas soutenable à long terme et doit retourner vers sa moyenne. A long terme, le poids des actions est à son niveau moyen.

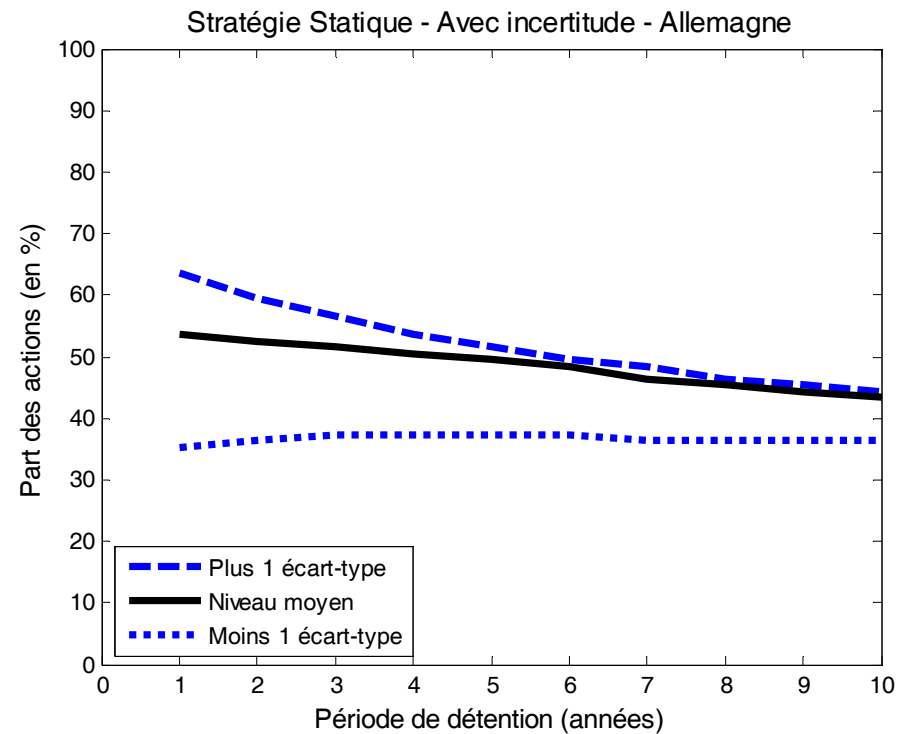
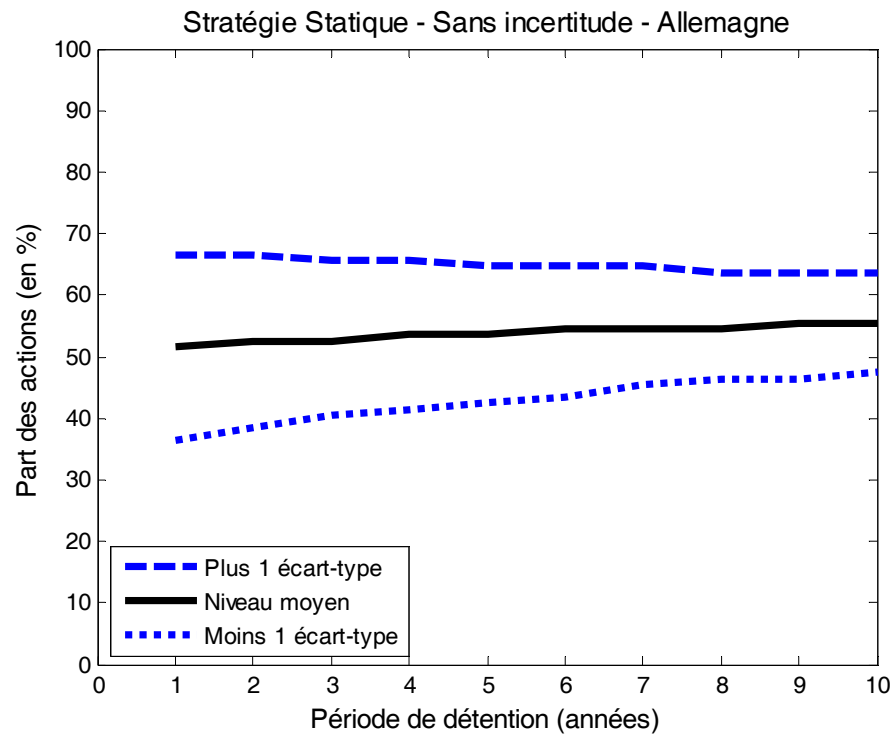
# Stratégie Statique – Sensibilité aux paramètres



# Stratégie Statique – Sensibilité aux paramètres



# Stratégie Statique – Sensibilité aux paramètres



# Stratégie Dynamique

---

On considère maintenant un investissement sur 10 ans, en tenant compte de l'évolution prévue pour les rentabilités boursières et l'ensemble de ses variables explicatives.

L'allocation à la date  $T$  doit donc tenir compte des possibles ajustements de portefeuille qui pourraient intervenir d'ici la date  $T + \hat{T}$ .

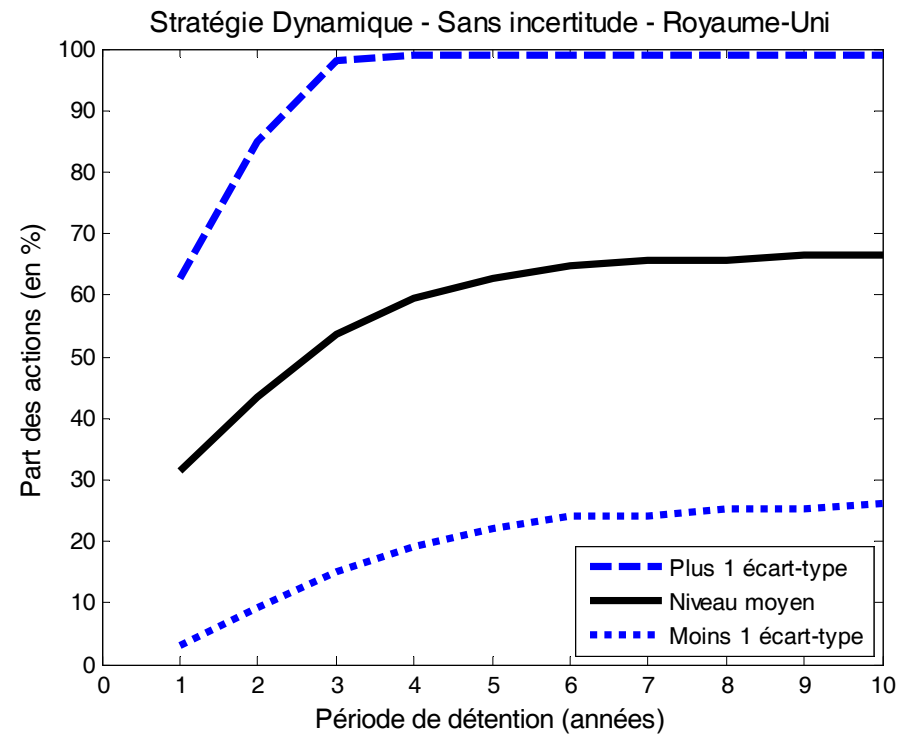
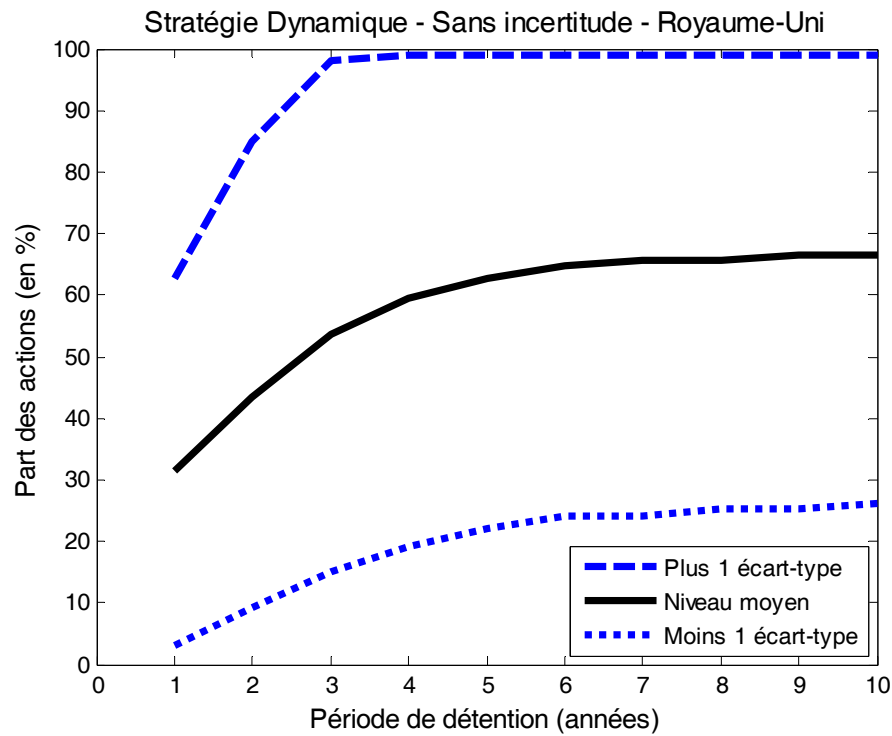
La résolution est numérique et relativement longue. Cette approche ne se prêterait donc pas à un nombre important ( $>3$ ) de variables explicatives.

## Principaux résultats :

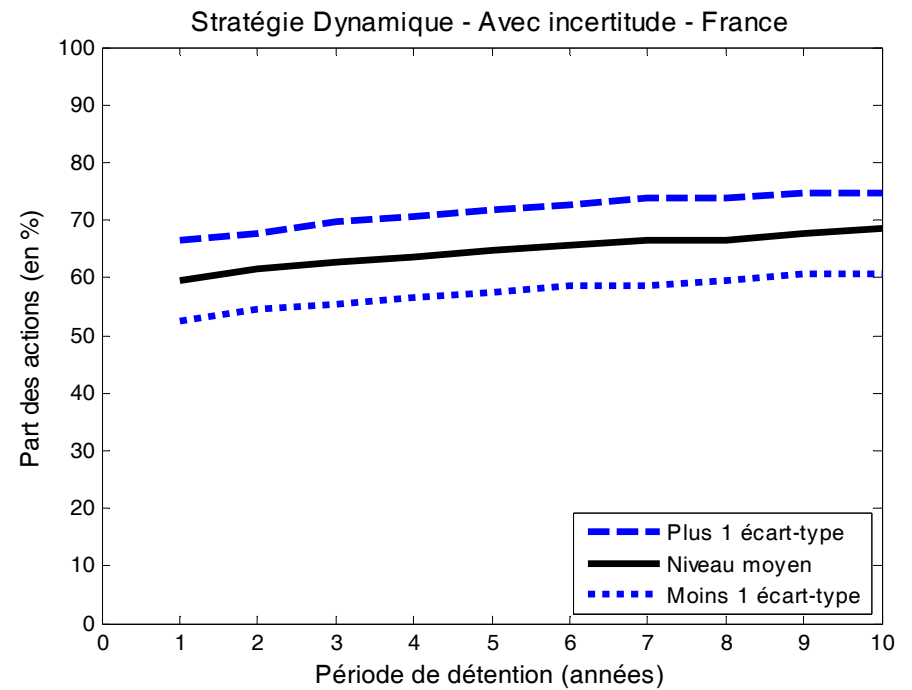
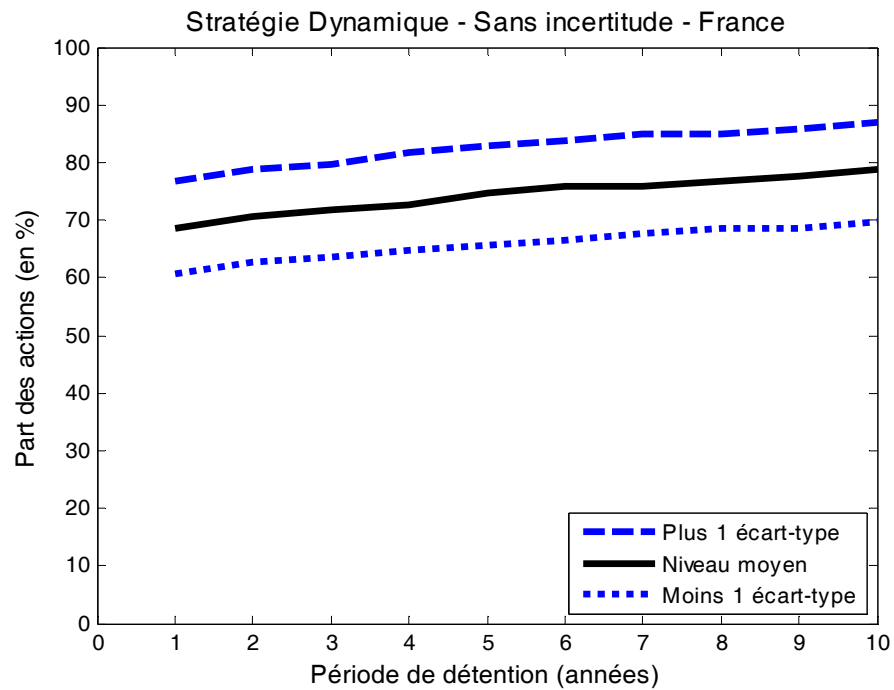
- Le poids des actions augmente de nouveau avec l'horizon (l'effet de l'incertitude est peu important). C'est vrai pour tous les niveaux du ratio dividende/prix.
- L'augmentation du poids des actions est due à la demande de couverture inter-temporelle et à la corrélation négative entre rentabilité et ratio dividende/prix.
- Stratégie plus agressive par rapport à la stratégie Statique : à 10 ans, 85% d'actions contre 50% pour la stratégie Statique.



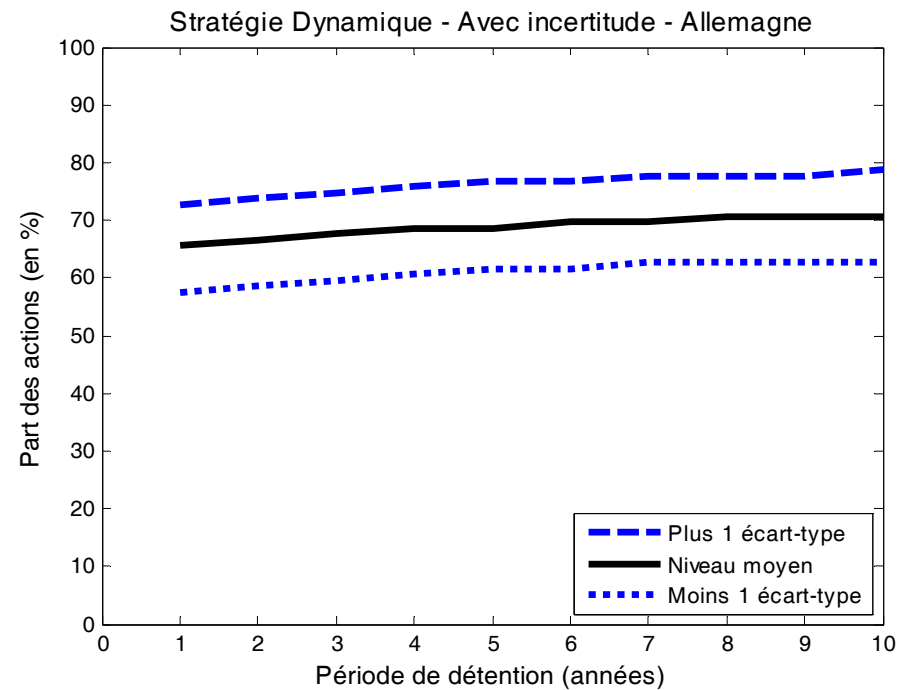
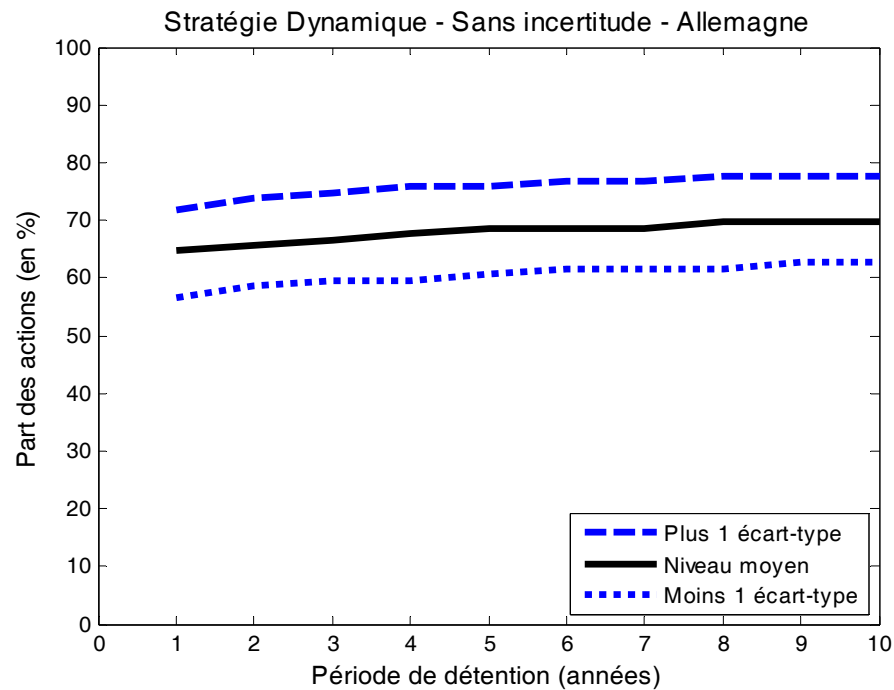
# Stratégie Dynamique



# Stratégie Dynamique



# Stratégie Dynamique



# Conclusion

---

- Dans une optique d'investissement de long terme, il est essentiel de tenir compte de la prévisibilité des rentabilités boursières.
- Cette prévisibilité permet de réduire le risque attaché aux marchés des actions et conduit donc à accroître sensiblement le poids des actions dans le portefeuille optimal.
- La part optimale des actions passe ainsi de 40-50% dans le portefeuille statique à 60-70% dans un portefeuille dynamique.