

Evaluation des produits structurés avec clause de garantie

Philippe BERTRAND*; Jean-Luc PRIGENT**

*IAE d'Aix-en-Provence et Euromed Management

**THEMA, Université de Cergy-Pontoise

Conférence OEE 2012 Paris

Introduction (Plan de la présentation)

- Introduction
- Résultats empiriques d'évaluation sur les marchés européens
- Résultats empiriques sur les fonds à formule français
- Résultats théoriques basés sur l'équilibre financier
- Résultats théoriques basés sur la notion de variation compensatoire
- Conclusion et recommandations

Introduction sur les produits structurés 1

- Il est relativement difficile de classifier complètement les fonds structurés, en raison notamment de leur complexité et des problèmes posés aux régulateurs du fait de la relative incompréhension des investisseurs pour ce type de produit (voir à ce sujet les préoccupations de la "National Association of Securities Dealers", 2005).
- Ceci cependant n'a pas freiné véritablement le développement de ces produits et l'effort de marketing fait en leur direction.
- On peut cependant tenter de les définir comme étant des produits qui sont émis par des établissements financiers dans le but de combiner au moins deux instruments de base dont l'un au moins est un actif dérivé (voir par exemple Das (2000) et Fabozzi (1998) pour un aperçu assez complet sur les produits structurés.

Introduction sur les produits structurés (2)

- Une typologie possible est celle proposée par Stoimenov et Wilkens (2005), du moins en ce qui concerne les fonds structurés indexés sur les actions ou indices actions ("Equity-linked structured products"). Dans un premier temps, ils différencient deux grandes catégories de produits: ceux basés essentiellement sur des options standards européennes ("plain-vanilla options") et ceux faisant appel à des options plus sophistiquées ("exotic options"). Ils proposent ensuite de les subdiviser selon le schéma suivant :

Equity-linked structured products

Plain vanilla option components

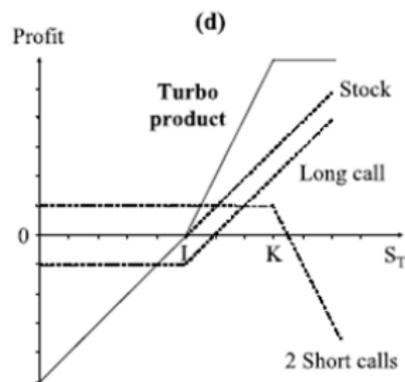
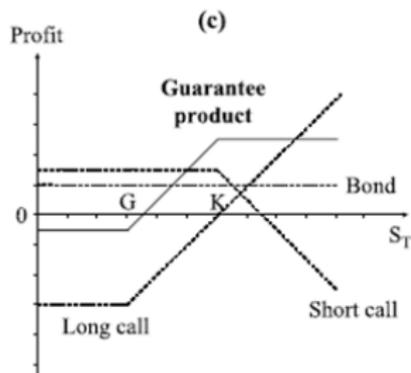
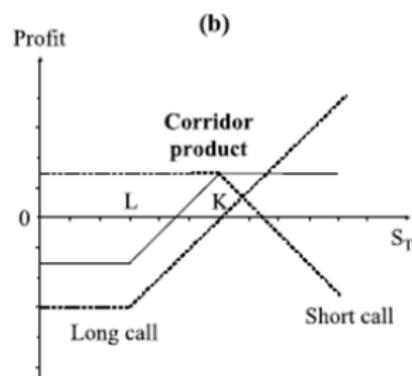
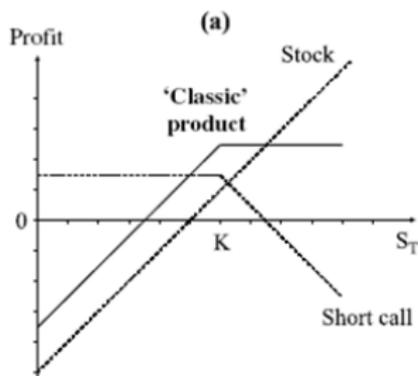
Classic, Corridor, Guarantee

Exotic option components

Turbo, Barrier, Rainbow

- Cette classification, basée sur le marché allemand en 2002, peut être complétée en y ajoutant les options asiatiques dans la catégorie des options exotiques.

Introduction sur les produits structurés (3)



Résultats empiriques d'évaluation sur les marchés européens (1)

Le cas de l'Allemagne

- Wilkens et al. (2003) réalisent la première étude empirique sur les produits structurés en Allemagne. Ils analysent un large panel de fonds structurés avec ou sans coupons, indexés sur une assez grande variété d'actions allemandes.
- En extrayant la volatilité implicite de calls comparables échangés sur l'Eurex, ils déterminent les valeurs fictives de ces produits et les comparent à celles du marché secondaire.
- Ils concluent à la surévaluation des produits structurés de la part des émetteurs.

Résultats empiriques d'évaluation sur les marchés européens (2)

Le cas de l'Allemagne

- Stoimenov et Wilkens (2005) étudient l'ensemble des fonds structurés allemands indexés sur les actions émis par les banques de détail privées, à la fois à partir des données issues du marché primaire et de celles venant du marché secondaire. Ils utilisent les valeurs des options cotées pour établir celles des produits structurés.
- Ils concluent que globalement les produits structurés sont surévalués de l'ordre de 2% à 6% quand le marché primaire est pris comme référence, en fonction cependant du type de sous-jacent et de produit, les produits plus complexes étant en général surévalués de manière plus notable.
- Quand ces produits sont évalués par rapport au marché secondaire, la surévaluation décroît quand le produit se rapproche de sa maturité, "life cycle hypothesis".

Résultats empiriques d'évaluation sur les marchés européens (3)

Le cas de la Suisse

- En Suisse, les produits structurés jouent un rôle important dans le développement des stratégies avancées pour les investisseurs privés.
- Rappelons que deux types essentiels de profils de portefeuille sont à la base de beaucoup de fonds structurés: un profil convexe, permettant de profiter des hausses potentielles de l'actif de référence sous-jacent (de type OBPI ou "capital protected notes"); un profil concave, basé par exemple sur l'achat du sous-jacent et la vente d'un call.
- Wasserfallen et Schenk (1996) examinent l'évaluation de 13 produits avec protection du capital de Janvier 1991 à Avril 1992. Ils concluent à une légère surévaluation par rapport aux valeurs de référence du marché primaire, alors que pour le marché secondaire, on note une légère sous-évaluation.

Résultats empiriques d'évaluation sur les marchés européens (4)

Le cas de la Suisse

- Une autre étude, conduite par Burth et al. (2001), est basée sur l'observation de prix d'options comparables.
- A partir d'un échantillon de 199 "reverse convertibles" et de 76 "discount certificates" en cours en Août 1999, ils montrent que les émetteurs ont tendance à surévaluer les produits (la différence entre le prix théorique et les prix de référence par rapport au marché a une moyenne de 1.91% avec un écart-type de 2.39 %), l'écart étant plus sensible pour les reverse convertibles.
- Wallmeier et Diethelm (2008) examinent des reverse convertibles indexés sur plusieurs actifs de référence avec des protections de capital conditionnels ("multiple barrier reverse convertibles", MBRC). A partir de l'examen de 468 certificats disponibles en Avril 2007, ils établissent une surévaluation moyenne de 3.4%.

Résultats empiriques d'évaluation sur les marchés européens (5)

Autres: Pays-Bas, Danemark...

- Plus récemment, Jørgensen *et al.* (2011) étudient des “principal protected notes (PPNs)” (OBPI) émises sur le marché Danois et destinées aux particuliers. En comparant les prix réels avec leurs valeurs théoriques, ils constatent une surévaluation d'environ 6% (de plus, ils montrent que seulement la moitié de la surévaluation peut être expliquée par les coûts communiqués par les vendeurs au moment de l'émission - il existerait donc un élément de coût caché).
- Frohm (2008) étudie le marché suédois en évaluant 22 index-linked notes de Janvier 2005 à Janvier 2007, qui représentent environ 40% des émissions des produits structurés en Suède en 2005. Il n'observe pas de "mispricing" significatif sur le marché secondaire.
- Au contraire, Szymanowska *et al.* (2009) évaluent des “reverse convertibles” émises aux Pays-Bas. Ils concluent que la surévaluation est d'environ 6%.

Résultats empiriques d'évaluation sur les fonds à formule français (1)

Nous avons considéré les fonds à formules les plus couramment émis par les institutions financières sur le marché français:

- Option de type binaire
- OBPI "cappé"
- OBPI "tronqué"
- Fonds à formule avec possibilité de remboursement anticipé de la part de l'émetteur
- Fonds à formule de type Lookback
- Fonds à formule de type asiatique
- Fonds à formule basé sur la moyenne passée des performances
- Fonds à formule avec dividende conditionnel.

Résultats empiriques d'évaluation sur les fonds à formule français (2)

Exemple de l'OBPI "cappé"

C'est un portefeuille garanti standard qui correspond à une légère généralisation d'un OBPI du fait de la condition suivante: à partir d'une certaine valeur du sous-jacent, le paiement devient constant. Sur le marché français, nous trouvons une surévaluation moyenne d'approximativement 2.4% pour une valeur standard de la volatilité. Pour illustrer la méthodologie, nous considérons l'exemple suivant d'un fonds de maturité 8 ans émis en France.

Evaluation théorique du fonds

Le paiement du fonds est défini de la façon suivante:

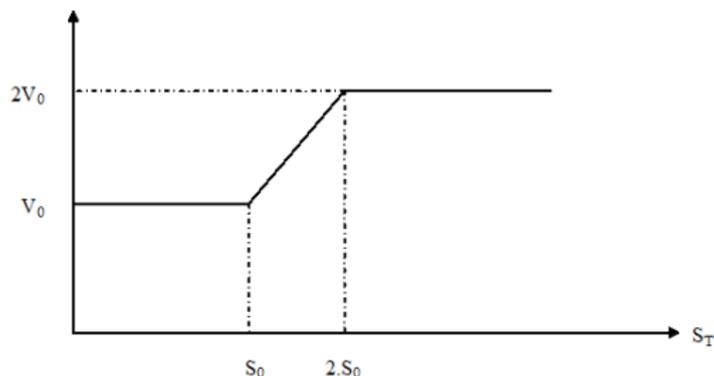
- Après les 8 années de la période de gestion (notée T), la valeur initiale du portefeuille V_0 est garantie: $V_T \geq V_0$;
- Cette valeur est augmentée de la performance de l'indice Eurostoxx 50, calculée depuis la création mais "cappée" à 100%.

L'investisseur renonce aux paiements des dividendes.

Résultats empiriques d'évaluation sur les fonds à formule français (3)

Ainsi, le paiement à maturité de ce fonds est donné par:

- V_0 si $S_T < S_0$,
- $V_0 \frac{S_T}{S_0}$ si $S_0 \leq S_T < 2S_0$,
- $2V_0$ si $S_T \geq 2S_0$.



Rq: Notons qu'un rachat anticipé pourra se faire à un prix très différent du montant résultant de l'application de la formule annoncée.

Résultats empiriques d'évaluation sur les fonds à formule français (4)

Proposition

En $t=0$, la valeur d'arbitrage de ce fonds, V_0 , est donnée par:

$$V_0(S_0) = V_0 e^{-rT} + \frac{V_0}{S_0} [Call(T, S_0, S_0, r, \sigma) - Call(T, S_0, 2S_0, r, \sigma)]$$

Ainsi, le coût de formation/réplication de ce produit se compose de 3 éléments:

- la valeur présente du montant garanti à échéance, V_0 ,
- la valeur en $t = 0$ du call permettant d'obtenir la performance de l'indice,
- moins la valeur en $t = 0$ du call permettant de "couper" la performance de l'indice à +100%.

Résultats empiriques d'évaluation sur les fonds à formule français (5)

Exemple numérique

En $t = 0$, le taux d'intérêt continu de maturité 8 ans est $r = 3,84\%$. Les valeurs des paramètres pour l'indice de marché sont $S_0 = 100$ et $\sigma = 25\%$. Nous obtenons donc la valeur initiale théorique suivante: $V_0(S_0) = 97,61$. Pour différentes valeurs de la volatilité nous obtenons les valeurs théoriques suivantes:

	Valeur du fonds	
	15%	99.93
	20%	98.92
Volatilité	25%	97.61
	30%	96.16
	35%	94.64

La directive MIF

- Comme mentionné par l'AMF (2006, page 43) :
« Lorsqu'un PSI fournit des services de conseil en investissement et de gestion de portefeuille, il devra être en mesure de se procurer les informations détaillées sur les connaissances et l'expérience du client, sa situation financière et ses objectifs d'investissement, de sorte à pouvoir lui recommander les instruments qui lui conviennent. . . Les renseignements relatifs à ses objectifs d'investissement portent notamment sur la durée de placement souhaitée ou le profil du client tel son degré d'aversion au risque ».
- Ces recommandations sont évidemment nécessaires pour une mise en place relativement rigoureuse des OPCVM fonds à formule et notamment ceux avec clause de garantie.

Que peut nous apporter la théorie à ce sujet ?

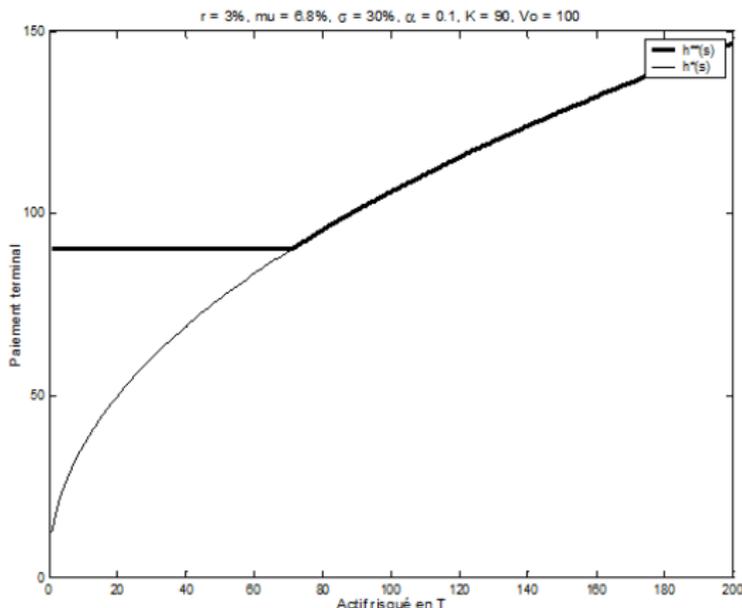
- Application des recherches issues de la théorie de la décision pour modéliser le comportement des intervenants sur les marchés financiers (fonction d'utilité représentant les préférences).
- Modélisation des mécanismes d'échange sur les marchés financiers (théorie de l'équilibre général adaptée au cas statique).
- Se faisant, nous pouvons tenter de répondre d'un point de vue théorique aux deux questions fondamentales posées, à savoir:
 - Quel est le produit le plus adapté à un client donné, compte tenu de ses caractéristiques ?
 - Quelles sont en termes de prix les conséquences de l'attitude face au risque des différents intervenants sur les marchés financiers ?

L'équilibre financier statique ("optimal positioning") examiné notamment par Brennan et Solanki (1981) et par Leland (1980).

- La valeur du portefeuille est une fonction de l'actif de référence à échéance. Il s'agit évidemment d'un cadre plus approprié à l'étude de l'optimalité des fonds à formule, de par leur nature statique puisque composés complètement à la date d'émission.
- Dans ce contexte, nous pouvons montrer comment le profil du portefeuille optimal (maximisant l'utilité espérée) dépend de manière cruciale de l'aversion au risque de l'investisseur.
- En fonction notamment de l'espérance du rendement de l'actif risqué de référence et du niveau de la volatilité (sous certaines conditions, c'est le ratio de Sharpe qui est déterminant conjointement avec l'aversion au risque).

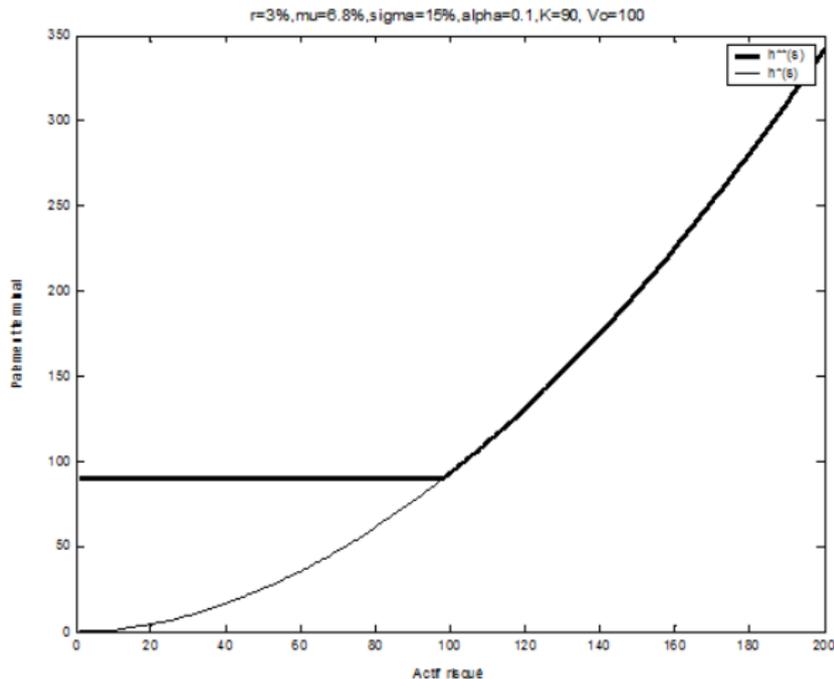
Résultats théoriques basés sur l'équilibre financier (4)

En présence de contraintes de garantie (classiquement, une garantie en capital fixe), nous obtenons les profils suivants qui correspondent à des combinaisons du montant garanti sous forme obligatoire et d'un call puissance sur une position optimale en l'absence de contrainte de garantie



Résultats théoriques basés sur l'équilibre financier (5)

Profil plus en accord avec les produits standards en assurance de portefeuille (convexité):



Résultats théoriques basés sur l'équilibre financier (6)

- Dans ce contexte, Carr et Madan (2001) établissent des relations permettant à la fois de déterminer la fonctionnelle de prix servant à évaluer l'ensemble des actifs financiers ainsi que les positions optimales des différents acteurs du marché.
- Ils mettent en évidence la possibilité d'obtenir dans ce contexte des effets d'asymétrie de la loi des rendements et de valeurs plus extrêmes que celles présupposées par la formule de Black et Scholes.
- Bertrand et Prigent (2011b) étendent ce résultat en incorporant des clauses de garantie exogènes à la fonction d'utilité (cadre convenant parfaitement aux fonds structurés avec clause de garantie).
- Des effets d'amplification de la différence avec l'évaluation à la Black et Scholes peuvent être mis en évidence sous certaines conditions.

Résultats théoriques basés sur l'équilibre financier (7)

- En absence de contrainte exogène de garantie, les positions en actifs risqués ne dépendent pas du niveau d'investissement.
- En présence de ces contraintes, la tolérance au risque agrégée dépend des comparaisons entre $h_i^*(s)$ et $h_{i,g}(s)$ et est fonction de l'investissement initial.
- Plus la tolérance au risque est élevée, plus grandes sont les proportions investies sur l'actif risqué et les options.
- La tolérance au risque agrégée est plus petite dans le cas de la gestion garantie mais égale lorsque $h_i^*(s) > h_{i,g}(s)$ pour les deux investisseurs.
- Si les tolérances au risque sont constantes, la fonctionnelle de prix est donnée par une moyenne géométrique pondérée:

$$q(s) = v \exp[-s/\tau] \prod_{i=1}^n [f_i(s)]^{\frac{\tau_i}{\tau}} \text{ avec } v \text{ constante.}$$

Résultats théoriques basés sur la notion de variation compensatoire (1)

Les apports de la notion de variation compensatoire

- Mesure quantitative de la perte d'utilité résultant de la non adéquation parfaite de l'allocation de portefeuille (ou ici du produit structuré) aux désirs de l'individu.
- Détermination du surplus de capital théorique à ajouter initialement pour parvenir au même niveau d'utilité.
- Le ratio de ce capital fictif sur le vrai capital investi (par construction même, toujours supérieur à 1) fournit ainsi une mesure quantitative (monétaire) de l'adéquation ou non du portefeuille (ou produit) considéré. Pour une aversion au risque γ et un investissement initial V_0 , l'investisseur demande une compensation théorique $\tilde{V}_0 \geq V_0$ s'il n'a que le profil $V_T^{*(\lambda)}$ et non pas l'optimal V_T^* :

$$\mathbb{E}[U_\gamma(V_T^*); V_0] = \mathbb{E}[U_\gamma(V_T^{*(\lambda)}); \tilde{V}_0].$$

Résultats théoriques basés sur la notion de variation compensatoire (2)

Application au contexte de l'adéquation et du fair pricing des produits structurés avec clause de garantie

Bertrand et Prigent (2011b): illustration numérique des résultats théoriques de compensation pour l'émetteur du produit ainsi que pour le client. Trois situations de base :

- Mesurer l'intérêt ou non d'un investisseur à passer par un intermédiaire financier pour accéder à des produits optionnels lui permettant de mieux approcher son profil de portefeuille idéal (implicitement il est alors prêt à payer en théorie un surcoût pour acquérir ce produit);
- Examen du cas de l'émetteur du produit qui prend un risque de couverture dû à la recherche de profit du client en cas de hausse du marché, risque accentué en cas de profil nettement convexe et/ou de montée des cours boursiers.
- Enfin, nous prenons comme produit de référence l'OBPI standard, pour ces deux types d'agent économique.

Résultats théoriques basés sur la notion de variation compensatoire (3)

Variation compensatoire (VC) pour une stratégie "buy-and-hold"

- Cas numérique de base:

$$r = 3\%; \mu = 7\%; \sigma = 20\%; B_0 = 1; S_0 = 100; T = 5; V_{i,0} = 1000; p_i = 1$$

- Valeurs numériques CV $\frac{\tilde{V}_{i,0}}{V_{i,0}}$ pour 5 niveaux d'aversion relatives au risque (RRA): $\gamma = 0.5$ and 2 ("aggressifs"); $\gamma = 5$ (modéré); $\gamma = 7$ et $\gamma = 10$ ("conservateurs").

Résultats théoriques basés sur la notion de variation compensatoire (4)

- Le paramètre w_S (resp. w_S^C) désigne le poids optimal investi sur l'actif risqué en absence de garantie (resp. en présence).
- VC est exprimée en pourcentage du montant initial investi $V_{i,0}$.

RRA γ	$\mu = 5\%$ et $\sigma = 20\%$			$\mu = 7\%$ et $\sigma = 20\%$			$\mu = 10\%$ et $\sigma = 20\%$		
	w_S	w_S^C	CV	w_S	w_S^C	CV	w_S	w_S^C	CV
0.5	100%	14%	6.45%	100%	14%	6.42%	100%	14%	15.8%
2	55%	14%	2.37%	80%	14%	2.37%	100%	14%	6.18%
5	0%	0%	2%	30%	14%	1.01%	45%	14%	2.24%
7	0%	0%	1.56%	10%	10%	1.16%	33%	14%	1.39%
10	0%	0%	0.59%	0%	0%	1.34%	0%	0%	2.88%

Résultats théoriques basés sur la notion de variation compensatoire (5)

- Nous notons que la variation compensatoire peut être relativement élevée (jusqu'à 15.8%).
- Ce n'est pas une fonction monotone des paramètres financiers μ et σ .
- Pour de faibles aversions relatives ($\gamma = 0.5$ ou 2), la variation compensatoire est plus grande que 2.37%. En effet, ces investisseurs sont plutôt "agressifs" une fois la garantie fixée. C'est pourquoi ils subissent davantage le fait de ne pas bénéficier d'un profil strictement convexe.
- Pour un investisseur modéré ($\gamma = 5$), la variation compensatoire est de l'ordre de 2%.
- Pour les investisseurs conservateurs ($\gamma = 7$ ou 10), la perte d'utilité est moins sévère car ils ne cherchent pas à tirer le plus grand bénéfice des hausses significatives de l'actif risqué.

Résultats théoriques basés sur la notion de variation compensatoire (6)

Variation compensatoire (VC) pour l'émetteur: Ici nous supposons que l'émetteur fournit le paiement optimal avec garantie au client. Il subit ainsi une perte d'utilité provenant du fait qu'il ne constitue pas ainsi son propre portefeuille optimal.

- Son profil optimal h_b est donné par :

$$h_{b,T} = q_S S_T + q_B B_T - h_{i,T}, \quad (1)$$

où q_S (resp. q_B) est la part investie sur l'actif risqué S (resp. actif sans risque B), afin de couvrir le produit h_i et d'optimiser partiellement sa position h_b .

- Les paramètres q_S et q_B vérifient la contrainte de budget $V_{b,0} = q_S S_0 + q_B B_0 - V_{i,0}$ et celle de contrôle du risque :

$$\mathbb{P} [V_{b,T} - V_{b,0} + VaR(\varepsilon) \leq 0] \leq \varepsilon, \quad (2)$$

$VaR(\varepsilon)$: Value-at-Risk de la position financière au seuil de probabilité ε .

Résultats théoriques basés sur la notion de variation compensatoire (7)

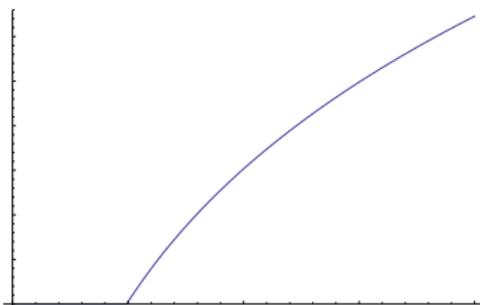
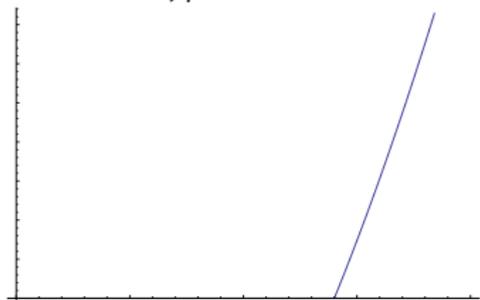
- L'émetteur et l'investisseur ont des fonctions d'utilité CRRA ($RRA = \gamma_b$ et γ_i).
- A titre d'exemple, valeur de μ et de la volatilité σ : $\mu = 7\%$ et $\sigma = 20\%$.
- Seuil de probabilité: $\varepsilon = 1\%$. Pour le ratio, nous prenons $\delta = VaR / V_{0,b} = 5\%$.

Dans le graphique suivant, nous notons qu'un client "agressif" peut avoir une demande contraignant l'émetteur à prendre des risques en cas de hausse significative du marché.

Résultats théoriques basés sur la notion de variation compensatoire (8)

Profil optimal de l'investisseur

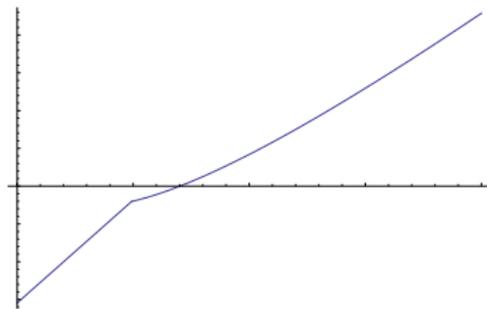
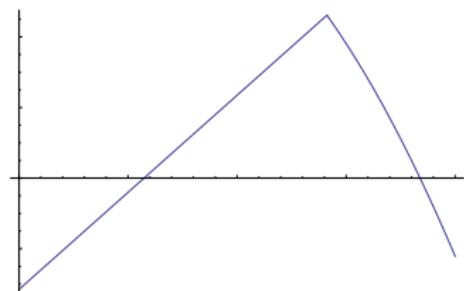
$$\gamma_i = 0.5$$



$$\gamma_i = 5$$

Profil contraint de l'émetteur

$$q_S = 5.5, q_B = 1450$$



$$q_S = 5.45, q_B = 1455$$

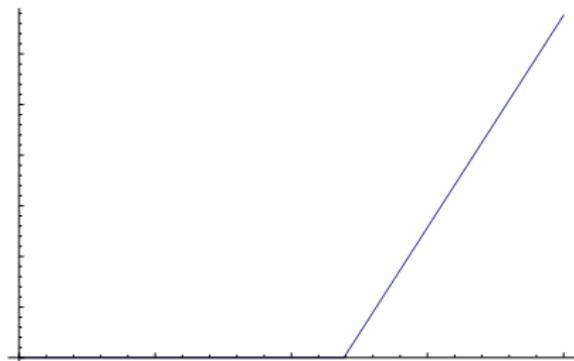
Résultats théoriques basés sur la notion de variation compensatoire (9)

Variation Compensatoire de l'émetteur

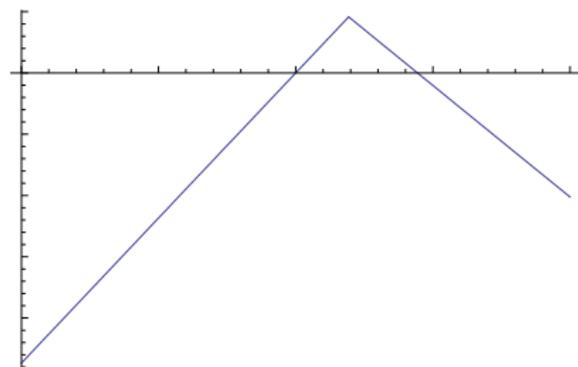
RRA	$\mu = 4\%$ et $\sigma = 20\%$			$\mu = 7\%$ et $\sigma = 20\%$			
	γ_i/γ_b	2	5	10	2	5	10
0.5		4.42%	4.85%	6%	47%	32%	20%
2		4.88%	6.98%	9.83%	6.5%	4.6%	4.7%
5		4.47%	6.32%	8.97%	5.2%	5.3%	5.4%
10		4.33%	6.09%	8.54%	4.8%	4.9%	7.5%

Résultats théoriques basés sur la notion de variation compensatoire (10)

Variations compensatoires pour l'investisseur et l'émetteur (cas OBPI)



Portefeuille OBPI
de l'investisseur



Portefeuille
de l'émetteur

La garantie de l'investisseur implique que l'émetteur subisse des pertes significatives en cas de baisse prononcée de l'actif risqué (si $S_T \leq 0.8 S_0$, perte au-dessus de 10%) ou bien si S_T augmente très fortement.

Résultats théoriques basés sur la notion de variation compensatoire (11)

Ordres de grandeur similaires pour les deux variations compensatoires

RRA	Client		Emetteur	
γ_i	$\mu = 7\%$		γ_b	$\sigma = 20\%$
0.5	15.2%		0.5	19.5%
2	6.5%		2	7.4%
5	9.2%		5	7.1%
10	12.7%		10	11.4%

- En dehors des frais de gestion liés à la nécessaire rémunération de l'intermédiaire, l'évaluation des actifs dérivés présents dans les produits structurés montrent qu'il y a la plupart du temps sur-évaluation du produit de la part de l'émetteur, par rapport à une formule à « la Black et Scholes » ou à ses diverses extensions en fonction de la spécificité des profils des options implicites aux contrats.
- En dehors de certains cas particuliers, l'ordre de grandeur de cet écart par rapport à un prix de marché de référence ou bien calculé à l'aide de la formule spécifiée se situe dans une fourchette de 2% à 6%. Cette dernière valeur peut sembler excessive mais elle peut être justifiée par les risques de couverture pris par l'émetteur, notamment pour des produits complexes à base de composantes optionnelles exotiques et/ou avec des maturités importantes.

Conclusion et recommandations

- Le problème de l'adéquation des produits à la clientèle apparaît plus mitigé. A priori, la maximisation de l'utilité espérée conduit à inclure des options dans le portefeuille du client. Le profil de son portefeuille lui permettra de bénéficier des hausses potentielles de l'actif risqué de référence (usuellement, un indice actions), ces profils étant toujours ou presque des fonctions croissantes de cette valeur dans le cas des fonds structurés avec clause de garantie (la mise en œuvre de concepts liés à la finance comportementale peut toutefois remettre en cause sous certaines conditions le bien fondé de cette fonction croissante).
- Ces produits ne sont donc intéressants pour le client que dans la mesure où cette hausse est effective, le fonds pouvant finir monétarisé dans le cas contraire. Il faut donc d'une part lancer ce type de produit à bon escient en fonction des scénarios favorables à la croissance du marché, d'autre part s'assurer de leur adéquation et de leur explication au client considéré, conformément à la directive MIF.

Bibliographie indicative

- AMF, (2006): La directive sur les marchés d'instruments financiers : enjeux et conséquences pour la régulation française, N°1, Mai.
- Bertrand, P., et J.-L. Prigent, (2011a). On the fair pricing of structured products; the French financial market case, Working paper, University of Cergy-Pontoise, France.
- Bertrand, P., et J.-L. Prigent, (2011b). Equilibrium of financial derivative markets and compensating variations under portfolio insurance constraints, Working paper, University of Cergy-Pontoise.
- Das S. (2000). Structured Products and Hybrid Securities. 2nd ed., New York, NY: John Wiley and Sons.
- Henderson, B.J. and Pearson, N.D. (2011): The dark side of financial innovation. Journal of Financial Economics, 100, 227-247.
- Leland, H. E., (1980). Who should buy portfolio insurance? Journal of Finance, 35, 581-594.
- Stoimenov, P.A et S. Wilkens (2005). Are structured products "fairly" priced? An analysis of the German market for equity-linked instruments. Journal of Banking and Finance 29, 2971-2993.